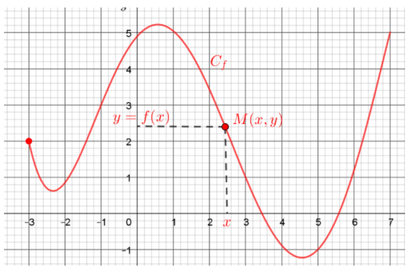
<table>
<tr><th colspan="4">Fonction ou application</th></tr>
<tr><td>Préambule</td><td colspan="3">Dans ce chapitre nous ne ferons pas la différence entre une fonction et une application. Les deux mots seront donc utilisés indiféremment.</td></tr>
<tr><td>Définition</td><td colspan="3">Soient E et F deux ensembles. On appelle application de E dans F tout triplet (E, F, Γ) où Γ est une partie de ExF telle que pour tout élément x de E, il existe un unique élément y de F tel que $(x, y) \in \Gamma$.
Γ est alors appelé le graphe de l'application.
L'ensemble des applications de E dans F est noté F^E
Soit $f = (E, F, \Gamma)$ une application de E dans F.
Pour tout x de E, l'unique élément y de F tel que $(x, y) \in \Gamma$ est appelé image de x par l'application f et est noté $y = f(x)$. On dit alors que x est l'antécédent de y.</td></tr>
<tr><td>Exemple</td><td colspan="3">Soit $E = \mathbb{R}^{*+}$ et $F = \mathbb{R}$ nous pouvons considérer la fonction $ln: E \to F$ qui à tout x de $\mathbb{R}^{*+}$ fait correspondre le nombre $\ln(x)$ dans F</td></tr>
<tr><td>Remarque</td><td colspan="3">Deux applications sont égales si et seulement si elles ont même ensemble de départ, même graphe et même ensemble d'arrivée. Elles diffèrent donc si au moins une seule de ces trois entités est différente.</td></tr>
<tr><td>Exemple</td><td colspan="3">La fonction $f: \begin{cases} \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ x \to x^2 \end{cases}$ est donc différente de la fonction g: $\begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to x^2 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Définitions</td><td colspan="3">Soient E, F, G trois ensembles. Soient $f: E \to G$ et $g: F \to G$</td></tr>
<tr><td>On dit que f et g coincident sur une partie A de $E \cap F$ ssi
$\forall x \in E \cap F, f(x) = g(x)$</td><td>On dit que g est un prolongement de f ssi $E \subset F$ et
$\forall x \in E, f(x) = g(x)$</td><td>Si A est une sous partie de E alors on appelle restriction de f à A et note $f|_A$ l'application de $A \to G$ qui coincide avec f sur A.</td></tr>
<tr><td>Exemple</td><td>Les fonctions $f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to x \end{cases}$ et
$g: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to |x| \end{cases}$ coincident sur $\mathbb{R}^+$</td><td>La fonction $g: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to |x| \end{cases}$ est un prolongement de la fonction
$f: \begin{cases} \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ x \to x \end{cases}$</td><td>La fonction $f: \begin{cases} \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ x \to x \end{cases}$ est une restriction à $\mathbb{N}$ de la fonction
$g: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to |x| \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>Définition</td><td colspan="3">Soit E un ensemble et soit $f: E \to \mathbb{R}$ une fonction. L'ensemble E est appelé ensemble de définition de f et est souvent noté D_f.</td></tr>
<tr><td>Exemple</td><td colspan="3">La fonction $f : x \to \frac{1}{x}$ admet comme ensemble de définition $\mathbb{R}^*$
La fonction $g: x \to \sqrt{x}$ admet comme ensemble de définition $\mathbb{R}^+$</td></tr>
<tr><td>Définition</td><td colspan="3">Pour tous $x \in D_f$ et $y \in \mathbb{R}$ si $y = f(x), y$ est appelé l'image de x par la fonction x. x est appelé l'antécédent de y par la fonction f.</td></tr>
<tr><td>Exemple</td><td colspan="3">Posons $f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to x^2 \end{cases}$ On a $f(1) = 1$ et $f(-1) = 1$. 1 est donc l'image de -1 par la fonction f. Par contre 1 possède deux antécédents par la fonction f. Ces deux antécédents sont 1 et -1.</td></tr>
<tr><td>Propriété</td><td>La courbe de la fonction f est dans un repère orthogonal l'ensemble des points dont les coordonnées sont de la forme $(x, f(x))$</td><td colspan="2">
</td></tr>
</table>

Composition d'applications	
Définition	Soient E, F, G trois ensembles. Soient $f: E \to F\ et\ g: F \to G$ deux applications. On appelle composée de ces deux applications et on note fog l'application de $E \to G$ qui à tout x de E fait correspondre $f(g(x))$
Exemple	Considérons l'application $f: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to e^{x^2-1} \end{cases}$. Nous pouvons écrire $f = g\ o\ h$ Avec $h: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to x^2 - 1 \end{cases}$ et $g: \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to e^x \end{cases}$
Propriété	La loi o est associative. Soient E, F, G, H quatre ensembles. Soient $f: E \to F, g: F \to G, h: G \to H$ trois fonctions. Nous avons $h\ o\ (g\ o\ f) = (h\ o\ g)\ o\ f$
Preuve	$\big(h\ o\ (g\ o\ f)\big)(x) = h[\ g\ o\ f(x)] = h[g(f(x))]\ \ et\ \big((h\ o\ g)\ o\ f\big)(x) = (h\ o\ g)\big(f(x)\big) = h[g\big(f(x)\big)]$ Donc $h\ o\ (g\ o\ f) = (h\ o\ g)\ o\ f$