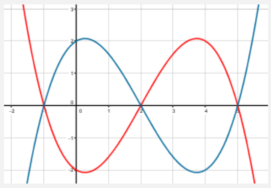
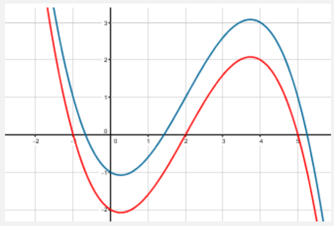
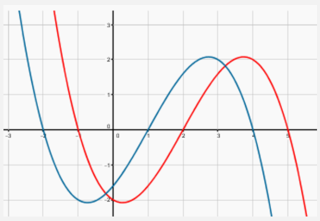
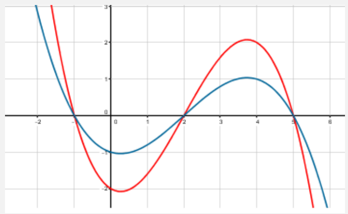
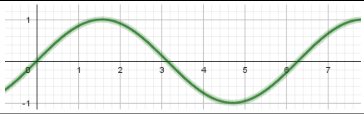
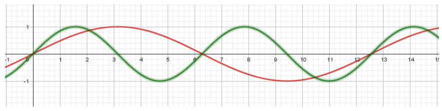
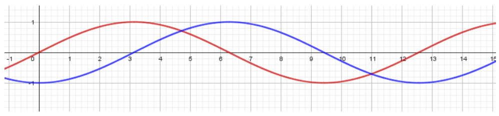
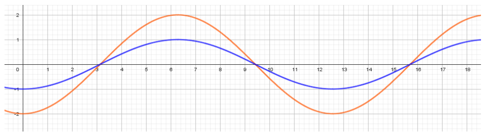
Transformations affines du graphe d'une fonction

Soit $f:\left\{\begin{matrix} E \to \mathbb{R} \\ x \to f(x) \end{matrix}\right\}$ une fonction. Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ la courbe de la fonction f sera représentée en bleu, celle de g en rouge.

Théorème	Le graphe de la fonction $g:\left\{\begin{matrix} E \to \mathbb{R} \\ x \to -f(x) \end{matrix}\right\}$ s'obtient à partir du graphe de la fonction f grâce à une symétrie par rapport à l'axe $(0x)$. Cette transformation s'appelle renversement.	
Théorème	Le graphe de la fonction $g:\left\{\begin{matrix} E \to \mathbb{R} \\ x \to f(-x) \end{matrix}\right\}$ s'obtient à partir du graphe de la fonction f grâce à une symétrie par rapport à l'axe $(0y)$. Cette transformation s'appelle retournement.	
Théorème	Soit $a \in \mathbb{R}$. Le graphe de la fonction $g:\left\{\begin{matrix} E \to \mathbb{R} \\ x \to f(x)+a \end{matrix}\right\}$ s'obtient à partir du graphe de la fonction f grâce à une translation de vecteur $a\vec{\jmath}$. (la courbe est translatée vers le haut si $a > 0$ et translatée vers le bas si $a < 0$)	
Théorème	Soit $a \in \mathbb{R}$. Le graphe de la fonction $g:\left\{\begin{matrix} E \to \mathbb{R} \\ x \to f(x+a) \end{matrix}\right\}$ s'obtient à partir du graphe de la fonction f grâce à une translation de vecteur $-a\vec{\imath}$. (la courbe est translatée vers la gauche si $a > 0$ et translatée vers la droite si $a < 0$)	
Théorème	Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. Le graphe de la fonction $g:\left\{\begin{matrix} E \to \mathbb{R} \\ x \to \lambda f(x) \end{matrix}\right\}$ s'obtient en multipliant les ordonnées des points de la courbe de la fonction f par λ. Si $\lvert\lambda\rvert > 1$ C'est ce que l'on appelle une dilatation verticale. Si $\lvert\lambda\rvert < 1$ C'est ce que l'on appelle une contraction verticale.	

Théorème	Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. Le graphe de la fonction $g\colon \left\{\begin{matrix} E \to \mathbb{R} \\ x \to f(\lambda x) \end{matrix}\right\}$ s'obtient en multipliant les abscisses des points de la courbe de la fonction f par $\frac{1}{\lambda}$ et en conservant leur ordonnées. Si $\left\|\frac{1}{\lambda}\right\| > 1$ C'est ce que l'on appelle une dilatation horizontale. Si $\left\|\frac{1}{\lambda}\right\| < 1$ C'est ce que l'on appelle une contraction horizontale.	
Exemple	Traçons la courbe de la fonction $g\colon \left\{\begin{matrix} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to -2\sin\left(\frac{x-\pi}{2}\right) \end{matrix}\right\}$	
	Partons de la courbe de la fonction $h\colon \left\{\begin{matrix} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to \sin x \end{matrix}\right\}$	
	Nous en déduisons la courbe de la fonction $\left\{\begin{matrix} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to \sin\frac{x}{2} \end{matrix}\right\}$ Les abscisses des points de la courbe de la fonction h par 2 et leurs ordonnées sont conservées.	
	Nous en déduisons la courbe de la fonction $\left\{\begin{matrix} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \end{matrix}\right\}$ par une translation horizontale de vecteur $\frac{\pi}{2}\vec{\imath}$	
	Vient ensuite la courbe de la fonction $\left\{\begin{matrix} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to 2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \end{matrix}\right\}$ qui s'obtient par une dilatation verticale de rapport 2.	
	Puis vient enfin le renversement qui donne la courbe de la fonction $\left\{\begin{matrix} \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \to -2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \end{matrix}\right\}$