$\sum\sum$ somme double	
Préambule	On s'intéresse ici aux sommes $\sum_{i\in K} \boldsymbol{a_i}$ où K est un sous ensemble de $\mathbb{N}^2$. La famille $(a_k)_{k\in K}$ est donc indexée selon des indices qui sont des couples appartenant à $\mathbb{N}^2$. On peut donc noter $a_k = a_{i,j} = a_{ij}$ où le couple (i,j) appartient à K.
Notation	Soit p un entier. Nous noterons $[\![1,p]\!]$ l'ensemble des entiers compris entre 1 et p.
Définition	Soit K une partie finie de $\mathbb{N}^2$. Il existe donc un entier p tel que $\mathbb{N}^2 \subset [\![0,p]\!]^2$ $$\sum_{(i,j)\in K} a_{ij} = \sum_{i=O}^{p}\sum_{j\in A_i} a_{i,j} = \sum_{j=O}^{p}\sum_{i\in B_j} a_{i,j}$$ Où $A_i = \{j, (i,j) \in K\}$ et $B_j = \{i, (i,j) \in K\}$
Exemple	Supposons $K = \{\ (0,1),\ (0,2),\ (2,1),\ (2,3), (3,3)\ \}$. $K \subset [\![0,3]\!]^2$ $$\sum_{(i,j)\in K} a_{ij} = \sum_{i=O}^{4}\sum_{j\in A_i} a_{i,j} = \sum_{j\in A_0} a_{0,j} + \sum_{j\in A_1} a_{1,j} + \sum_{j\in A_2} a_{2,j} + \sum_{j\in A_3} a_{3,j} = a_{0,1} + a_{0,2} + a_{2,1} + a_{2,3} + a_{3,3}$$ Avec $A_0 = \{1,2\}, A_1 = \emptyset, A_2 = \{1,3\}, A_3 = \{3\}$
Nous allons étudier deux cas particuliers importants qui représenteront la majorités des cas étudiés.	
Propriété	1er cas : Soient n et p deux entiers. Nous supposons $K = [\![0,n]\!]$ x $[\![0,p]\!]$. Le domaine K est un « carré » $$\sum_{(i,j)\in K} a_{ij} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{p} a_{ij} = \sum_{j=0}^{p}\sum_{i=0}^{n} a_{ij}$$
Propriété	2ème cas : Soit n un entier. Nous supposons $K = \{(i,j) \in N^2,\ 1 \leq i \leq j \leq n\}$. Le domaine K est un « triangle » $$\sum_{(i,j)\in K} a_{ij} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=i}^{n} a_{ij} = \sum_{j=0}^{n}\sum_{i=0}^{j} a_{ij}$$