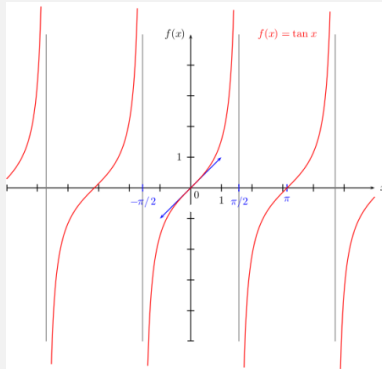


Fonction tangente														
Définition	La fonction tangente notée $x \rightarrow \tan x$ est définie sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[+ k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) par l'expression $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$													
Propriété	La fonction $\tan$ est π – périodique, impaire et infiniment dérivable sur son ensemble de définition.		Courbe											
Preuve	$\tan(x + \pi) = \frac{\sin(x+\pi)}{\cos(x+\pi)} = \frac{-\sin x}{-\cos x} = \tan x$. Donc π – périodique $\tan(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\sin(x)}{\cos(x)} = -\tan x$ Donc impaire - La fonction $\tan$ est le quotient de deux fonctions infiniment dérivables sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[+ k\pi$. La fonction $\tan$ est donc elle aussi infiniment dérivable													
Propriété	$(\tan)' = 1 + \tan^2 = \frac{1}{\cos^2}$. La dérivée étant toujours positive, la fonction $\tan$ est donc croissante sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[+ k\pi$													
Preuve	$(\tan)'(x) = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \begin{cases} \frac{1}{\cos^2 x} & ? \\ 1 + \tan^2(x) \end{cases}$													
Propriété	Résolution d'équation. $\forall x, y \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[+ k\pi \quad \tan x = \tan y \Leftrightarrow x \equiv y[\pi]$													
Preuve														
sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[+ k\pi, \tan x = \tan y \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin y}{\cos y} \Leftrightarrow \sin x \cos y - \cos x \sin y = 0 \Leftrightarrow \sin(x - y) = 0 \Leftrightarrow x - y \equiv 0[\pi] \Leftrightarrow x \equiv y[\pi] \quad ?$														
Exemples	<table><tr><td>Angle</td><td>0</td><td>$\frac{\pi}{6}$</td><td>$\frac{\pi}{4}$</td><td>$\frac{\pi}{3}$</td></tr><tr><td>$\tan$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{\sqrt{3}}$</td><td>1</td><td>$\sqrt{3}$</td></tr></table>				Angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\tan$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
	Angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$									
$\tan$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$										
Simple application de la formule $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$														
Propriété	$\tan(\pi - x) = -\tan x$	Preuve	$\tan(\pi - x) = \frac{\sin(\pi-x)}{\cos(\pi-x)} = \frac{\sin(x)}{-\cos(x)} = -\tan x \quad ?$											
Propriété	$\forall x, y \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[+ k\pi, \tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x * \tan y}$		$\forall x, y \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[+ k\pi, \tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x * \tan y}$											
Preuve														
Preuve	$\tan(x + y) = \frac{\sin(x + y)}{\cos(x + y)} = \frac{\sin x \cos y + \sin y \cos x}{\cos x \cos y - \sin x \sin y} = \frac{\frac{\sin x \cos y + \sin y \cos x}{\cos x \cos y}}{\frac{\cos x \cos y - \sin x \sin y}{\cos x \cos y}} = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x * \tan y} \quad ?$ Pour $\tan(x - y)$ il suffit de remplacer y par $-y$ dans $\tan(x + y)$													
Propriété	$\forall x \in]-\pi; \pi[+ 2k\pi$ en posant $t = \tan \frac{x}{2}$ il vient :	$\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$	$\sin x = \frac{2t}{1 + t^2}$	$\tan x = \frac{2t}{1 - t^2}$										
Preuve														
$\tan(2x) = \frac{\tan x + \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \Leftrightarrow \tan(x) = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}} = \frac{2t}{1 - t^2} \quad ?$ $\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 = \frac{2}{1 + \tan^2 x} - 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{2}{1 + \tan^2 \frac{x}{2}} - 1 = \frac{2}{1 + t^2} - 1 = \frac{2 - (1 + t^2)}{1 + t^2} = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \quad ?$ $\sin(x) = \tan(x) * \cos(x) = \frac{2t}{1 - t^2} * \frac{1 - t^2}{1 + t^2} = \frac{2t}{1 + t^2} \quad ?$														