

**Droite achevée**

<b>Définition</b>	$\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{+\infty; -\infty\}$
<b>Remarque</b>	$\overline{\mathbb{R}}$ est l'ensemble $\mathbb{R}$ complété avec $\mp\infty$ . On peut prolonger certaines propriétés de $\mathbb{R}$ à $\overline{\mathbb{R}}$
<b>Propriétés</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prolongement de l'ordre : <math>\forall x \in \mathbb{R}, -\infty &lt; x &lt; +\infty</math></li> <li>• Prolongement de l'addition : <math>\forall x \in \mathbb{R}, x + (+\infty) = +\infty ; x + (-\infty) = -\infty ; (+\infty) + (+\infty) = +\infty</math>  <math>(-\infty) + (-\infty) = -\infty</math></li> <li>• Prolongement de la multiplication : <math>\forall x \in \mathbb{R}^*, (+\infty) * x = x * (+\infty) = \begin{cases} +\infty &amp; \text{si } x &gt; 0 \\ -\infty &amp; \text{si } x &lt; 0 \end{cases}</math> ;  <math>(-\infty) * x = x * (-\infty) = \begin{cases} -\infty &amp; \text{si } x &gt; 0 \\ +\infty &amp; \text{si } x &lt; 0 \end{cases}</math> ; <math>(+\infty) * (+\infty) = +\infty ; (-\infty) * (-\infty) = +\infty</math> ;  <math>(-\infty) * (+\infty) = (+\infty) * (-\infty) = -\infty ; \frac{1}{\mp\infty} = 0</math></li> </ul>
<b>Remarque</b>	Attention les expressions : $\left\{ \begin{array}{l} (+\infty) - (+\infty) \\ (-\infty) - (-\infty) \\ 0 * \mp\infty \\ \frac{\mp\infty}{\mp\infty} \end{array} \right\}$ n'ont ici aucun sens et ne seront donc pas utilisées.

**Bornes sup et inf dans  $\overline{\mathbb{R}}$**

<b>Définition</b>	<p>Dans <math>\overline{\mathbb{R}}</math> la notion de borne sup et de borne inf vues dans <math>\mathbb{R}</math> se généralise aisément.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Toute partie non vide de <math>\overline{\mathbb{R}}</math> admet une borne sup et une borne inf ( éventuellement <math>\pm\infty</math>)</li> <li>• Lorsqu'une partie de <math>\overline{\mathbb{R}}</math> est majorée, la notion de borne sup coïncide avec celle de <math>\mathbb{R}</math></li> <li>• Lorsqu'une partie de <math>\overline{\mathbb{R}}</math> est minorée, la notion de borne inf coïncide avec celle de <math>\mathbb{R}</math></li> </ul>
-------------------	---