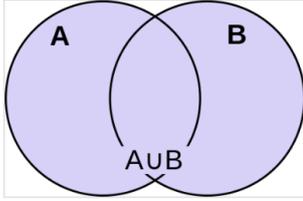
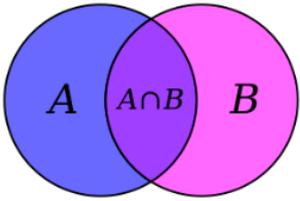
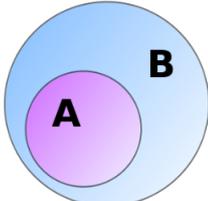
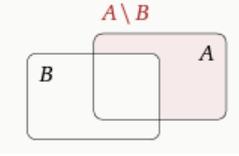
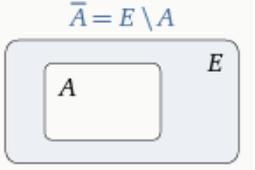
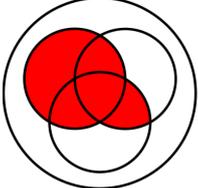
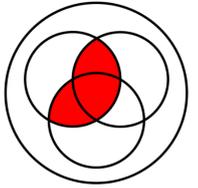
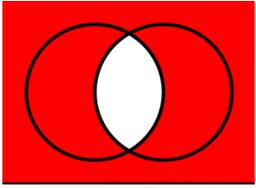
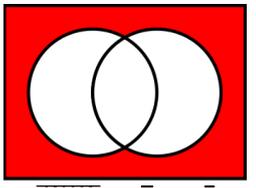


**Ensembles : inclusion, appartenance, partie de**

<b>Définition</b>	Soit $E$ un ensemble. On appelle <b>cardinal</b> de $E$ et on note $card(E)$ ou $ E $ le nombre d'éléments de $E$ .
<b>Exemple</b>	Soit $E = \{n \in \mathbb{N}, 5 \leq n \leq 9\}$ . On peut aussi noter $E = \{5,6,7,8,9\}$ , $ E  = 5$
<b>Définition</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Deux ensembles <math>E</math> et <math>F</math> sont égaux si et seulement si ils ont les mêmes éléments. Cela peut se résumer ainsi : <math>\forall x (x \in F \Leftrightarrow x \in E)</math></li> <li>L'ensemble <math>F</math> est inclus dans <math>E</math> ( On dit aussi que <math>F</math> est une partie de <math>E</math> et on note <math>F \subset E</math>) lorsque tous les éléments de <math>F</math> appartiennent aussi à <math>E</math>. Cela peut se résumer ainsi : <math>\forall x (x \in F \Rightarrow x \in E)</math></li> </ul>
<b>Propriété</b>	$E = F$ si et seulement si $F \subset E$ et $E \subset F$
<b>Remarque</b>	Attention à ne pas confondre appartenance et inclusion. L'appartenance est réservée à un élément vis-à-vis d'un ensemble. L'inclusion est réservée à un ensemble vis-à-vis d'un autre ensemble.
<b>Exemple</b>	$\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ par contre $1 \in \mathbb{N}$
<b>Définition</b>	Soit $E$ un ensemble. On note $P(E)$ l'ensemble des parties de $E$ ou encore l'ensemble des ensembles inclus dans $E$ . $P(E) = \{A, A \subset E\}$
<b>Remarque</b>	Soit $E$ un ensemble. L'ensemble vide $\emptyset$ et l'ensemble $E$ sont aussi des parties de $E$ et à ce titre appartiennent à $P(E)$
<b>Exemple</b>	Si $E = \{a, b, c\}$ alors $P(E) = \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a, b, c\} \}$

**Opérations sur les ensembles**

<b>Définition</b>	Soient $A$ et $B$ deux ensembles. <ul style="list-style-type: none"> <li>On appelle <b>réunion</b> des deux ensembles <math>A</math> et <math>B</math> et on note <math>A \cup B</math> l'ensemble constitué des éléments appartenant à <math>A</math> ou à <math>B</math>. On note <math>A \cup B = \{x, x \in A \text{ ou } x \in B\}</math></li> <li>On appelle <b>intersection</b> des deux ensembles <math>A</math> et <math>B</math> et on note <math>A \cap B</math> l'ensemble constitué des éléments appartenant à <math>A</math> et à <math>B</math>. On note <math>A \cap B = \{x, x \in A \text{ et } x \in B\}</math></li> </ul>	
<b>Représentation graphique</b>		
<b>Exemple</b>	Soient $A = \{0, 1, 2, 3\}$ et $B = \{2, 3, 4, 5\}$ alors $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ et $A \cap B = \{2, 3\}$	
<b>Définition</b>	Ces définitions se généralisent dans le cas où le nombre d'ensembles est supérieur à 2. Soient $A_1, A_2 \dots A_n$ $n$ ensembles. <ul style="list-style-type: none"> <li><math>A_1 \cap A_2 \dots \cap A_n</math> désigne l'ensemble constitué des éléments appartenant à tous les <math>A_i</math></li> <li><math>A_1 \cup A_2 \dots \cup A_n</math> désigne l'ensemble constitué des éléments appartenant à au moins un des <math>A_i</math></li> </ul>	
<b>Remarque</b>	$A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$ Le schéma ci-contre peut facilement nous en convaincre.	
<b>Définition</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Soient <math>A</math> et <math>B</math> deux ensembles. On appelle <b>différence</b> de <math>A</math> dans <math>B</math> et on note <math>A \setminus B</math> l'ensemble constitué des éléments de <math>A</math> n'appartenant pas à <math>B</math>. <math>A \setminus B = \{x \in A \text{ et } x \notin B\}</math></li> <li>Soit <math>A</math> un sous ensemble de <math>E</math>. On appelle <b>complémentaire</b> de <math>A</math> dans <math>E</math>, l'ensemble noté <math>\bar{A}</math> ou <math>C_A</math> l'ensemble des éléments de <math>E</math> n'appartenant pas à <math>A</math>. <math>\bar{A} = \{x \in E \text{ et } x \notin A\}</math></li> </ul>	
<b>Représentation graphique</b>		
<b>Propriété</b>	$A \setminus B = A \cap \bar{B}$ (cf figure ci-dessus)	

Règles de calcul	
<b>Propriété</b>	Soient $A, B, C$ trois ensembles, et $A_i (i \in I)$ une famille d'ensembles. <ul style="list-style-type: none"> <li><math>A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)</math></li> <li><math>A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)</math></li> </ul> <p style="text-align: center;">Généralisation</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>B \cup (\bigcap_{i=1}^{i=n} A_i) = \bigcap_{i=1}^{i=n} (B \cup A_i)</math></li> <li><math>B \cap (\bigcup_{i=1}^{i=n} A_i) = \bigcup_{i=1}^{i=n} (B \cap A_i)</math></li> </ul>
<b>Représentation graphique</b>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p><math>A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)</math></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><math>A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)</math></p> </div> </div>
<b>Propriété Lois de Morgan</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\overline{B \cap C} = \overline{B} \cup \overline{C}</math></li> </ul> <p style="text-align: center;">Généralisation</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\overline{\bigcap_{i=1}^{i=n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{i=n} \overline{A_i}</math></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\overline{B \cup C} = \overline{B} \cap \overline{C}</math></li> </ul> <p style="text-align: center;">Généralisation</p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\overline{\bigcup_{i=1}^{i=n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{i=n} \overline{A_i}</math></li> </ul>
<b>Représentation graphique</b>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p><math>\overline{B \cap C} = \overline{B} \cup \overline{C}</math></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><math>\overline{B \cup C} = \overline{B} \cap \overline{C}</math></p> </div> </div>

Produit cartésien	
<b>Définition</b>	Soient $E$ et $F$ deux ensembles. On appelle produit cartésien et on note $E \times F$ l'ensemble des couples de valeurs dont le premier élément est dans $E$ et le deuxième est dans $F$ .
<b>Exemple</b>	Si $A = \{a, b, c\}$ et $B = \{1, 2\}$ alors $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$
<b>Remarque</b>	Dans le cas où $F = E$ alors $E \times F$ se note $E^2$