

## Fonctions complexes

<b>Définition</b>	Soit $I$ un intervalle de $\mathbb{R}$ . Une fonction $f: \begin{cases} I \rightarrow \mathbb{C} \\ x \rightarrow f(x) \end{cases}$ peut être aussi vue comme une fonction $\tilde{f}: \begin{cases} I \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ x \rightarrow (f_1(x), f_2(x)) \end{cases}$ avec $f_1(x) = \operatorname{Re}(f(x))$ et $f_2(x) = \operatorname{Im}(f(x))$
<b>Exemple</b>	Soit $f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \\ x \rightarrow \cos x + i \sin x \end{cases}$ Nous avons $f_1(x) = \cos x$ et $f_2(x) = \sin x$
<b>Théorème</b>	Soit $a$ un élément ou une borne de $I$ . ( $a$ peut valoir $\pm\infty$ ) Comment définir la limite d'une fonction dans $\mathbb{C}$ lorsque $x$ tend vers $a$ ? A l'aide de l'équivalence : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \operatorname{Re}(f(x)) + i \lim_{x \rightarrow a} \operatorname{Im}(f(x))$
<b>Exemple</b>	Soit $f: \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \\ x \rightarrow \cos x + i \sin x \end{cases}$ ; $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x + i \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x = i$