

Inégalités dans $\mathbb{R}$

Définition	- La relation "$\leq$" lue « inférieur ou égal à » est une relation d'ordre totale dans $\mathbb{R}$. Totale signifie ici que quels que soient deux réels, il sera toujours possible de placer ce signe entre eux. - La relation "$<$" lue « strictement inférieur à » est la relation stricte associée à "$\leq$" dans $\mathbb{R}$
Rappel	Si " $x < y$ " alors " $x \leq y$ " Par contre la réciproque n'est pas forcément vraie.
Propriétés (Règles de calcul)	Soient a, b, c, d quatre réels. Les règles suivantes sont indifféremment adaptées à "$<$" ou "$\leq$" - Si $a < b$ alors $a + c < b + c$ - Si $a < b$ alors $ad < bd$ pour $d > 0$ et $ad > bd$ pour $d < 0$ - Si $0 < a < b$ et $0 < c < d$ alors $0 < ac < bd$ - Passage à l'inverse : Si $0 < a < b$ ou $a < b < 0$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
Exemple	Soit $f : \left\{ \begin{array}{l} [2,3] \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{2x+1}{-3x+10} \end{array} \right\}$ Tachons d'encadrer $f(x)$. $2 \leq x \leq 3 \Rightarrow 4 \leq 2x \leq 6 \Rightarrow 5 \leq 2x + 1 \leq 7$ (*) $2 \leq x \leq 3 \Rightarrow -6 \geq -3x \geq -9 \Rightarrow 4 \geq -3x + 10 \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{1} \geq \frac{1}{-3x+10} \geq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{1}{-3x+10} \leq 1$ (**) En multipliant membre à membre (*) et (**) il vient : $\frac{5}{4} \leq \frac{2x+1}{-3x+10} \leq 7$