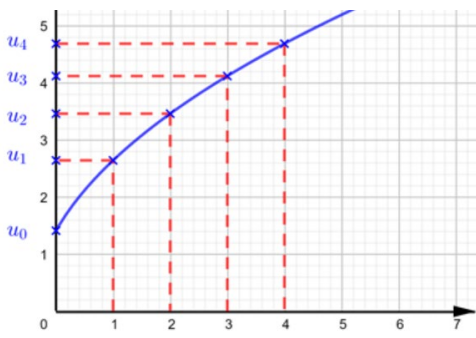
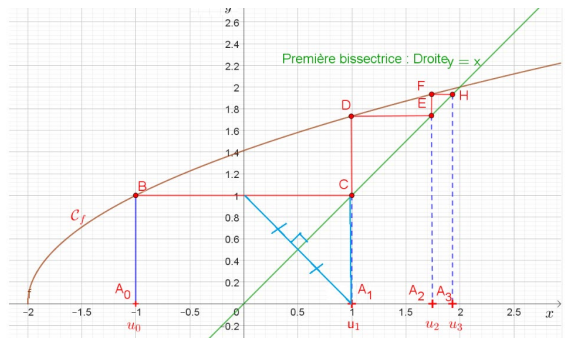


Suites réelles. Généralités				
Définition	Une suite réelle est une fonction u de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{R}$.			
Notation	Les images de $0, 1, 2, \dots, n$ ne sont pas notées $u(0), u(1), u(2), \dots, u(n)$ mais $u_0, u_1, u_2, \dots, u_n$ Ils sont appelés les termes de la suite. La suite u sera notée $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$			
Exemple	On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = n + n^2$ $u_0 = 0; u_1 = 2; u_2 = 6; u_3 = 12 \dots$			
Remarque	Les termes de certaines suites ne démarrent pas à 0 mais à n_0 avec $n_0 \in \mathbb{N}$			
Exemple	La suite précédente $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie sur $\mathbb{N}$ aurait aussi très bien pu être définie sur $\mathbb{N}^*$. Le premier terme aurait donc été u_1 et non u_0			
Définition	Il existe deux manières de définir une suite. Il est possible de la définir de manière explicite ou par récurrence.			
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Suite définie explicitement</th><th>Suite définie par récurrence</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td> Une suite est définie explicitement lorsque son terme général u_n peut s'exprimer en fonction de n grâce à une fonction quelconque f. On écrit $u_n = f(n)$ </td><td> Une suite est définie par récurrence lorsque son terme général u_n peut s'exprimer en fonction du terme précédent u_{n-1} grâce à une fonction quelconque. On écrit $u_n = f(u_{n-1}).$ Il est donc indispensable dans ce cas de donner un premier terme. </td></tr> </tbody> </table>	Suite définie explicitement	Suite définie par récurrence	Une suite est définie explicitement lorsque son terme général u_n peut s'exprimer en fonction de n grâce à une fonction quelconque f. On écrit $u_n = f(n)$
Suite définie explicitement	Suite définie par récurrence			
Une suite est définie explicitement lorsque son terme général u_n peut s'exprimer en fonction de n grâce à une fonction quelconque f. On écrit $u_n = f(n)$	Une suite est définie par récurrence lorsque son terme général u_n peut s'exprimer en fonction du terme précédent u_{n-1} grâce à une fonction quelconque. On écrit $u_n = f(u_{n-1}).$ Il est donc indispensable dans ce cas de donner un premier terme.			
Exemple	<table border="1"> <tbody> <tr> <td> Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = n + n^2$ Il est possible d'écrire $u_n = f(n)$ Avec $f(x) = x + x^2$ </td><td> Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_n = v_{n-1}^2 + 3 \text{ pour } n \geq 1 \end{cases}$ Il est possible d'écrire $v_n = f(v_{n-1})$ Avec $f(x) = 3 + x^2$ </td></tr> </tbody> </table>	Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = n + n^2$ Il est possible d'écrire $u_n = f(n)$ Avec $f(x) = x + x^2$	Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_n = v_{n-1}^2 + 3 \text{ pour } n \geq 1 \end{cases}$ Il est possible d'écrire $v_n = f(v_{n-1})$ Avec $f(x) = 3 + x^2$	
Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = n + n^2$ Il est possible d'écrire $u_n = f(n)$ Avec $f(x) = x + x^2$	Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_n = v_{n-1}^2 + 3 \text{ pour } n \geq 1 \end{cases}$ Il est possible d'écrire $v_n = f(v_{n-1})$ Avec $f(x) = 3 + x^2$			
Représentation graphique	 			
Définitions	- Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite majorée ssi $\exists M \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq M$ - Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite minorée ssi $\exists m \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq m$ - Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite bornée ssi $\exists K \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq K$			
Exemple	La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = 6 - \frac{1}{n}$ est majorée par 6. La suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $v_n = 1 + \frac{1}{n^2}$ est minorée par 1.			
Définitions	- Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite croissante ssi $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq u_{n+1}$ - Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite décroissante ssi $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq u_{n+1}$ - Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite strictement croissante ssi $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < u_{n+1}$ - Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite strictement décroissante ssi $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > u_{n+1}$ - Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite constante ssi $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_{n+1}$ - Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite monotone ssi elle est soit croissante, soit décroissante. - Une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est dite strictement monotone ssi elle est soit strictement croissante, soit strictement décroissante.			

Méthode	La méthode la plus générale pour déterminer le sens de variation d'une suite est donc de calculer $u_{n+1} - u_n$. • Si $\forall n, u_{n+1} - u_n > 0$ la suite est strictement croissante. • Si $\forall n, u_{n+1} - u_n < 0$ la suite est strictement décroissante. • Si $\forall n, u_{n+1} - u_n = 0$ la suite est constante. Si l'inégalité stricte devient inégalité large alors on ne parlera que de simple croissance ou décroissance pour la suite.		
Exemple	Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = 3n^2 + 7n$. Déterminons son sens de variation $u_{n+1} - u_n = 3(n + 1)^2 + 7(n + 1) - 3n^2 - 7n = 3(n^2 + 1 + 2n) + 7(n + 1) - 3n^2 - 7n$ $= 3n^2 + 3 + 6n + 7n + 7 - 3n^2 - 7n = 10 + 6n$ $\forall n \in \mathbb{N}, 10 + 6n > 0 \text{ donc } (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ est strictement croissante.}$		
Remarque	Lorsque l'on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$ il se peut que celui-ci ne devienne constant qu'à partir d'un certain terme n_0 . Dans ce cas on dira que la suite est croissante (ou décroissante) à partir du terme n_0 .		
Propriété	Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite strictement positive. • Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ alors la suite est strictement décroissante • Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ alors la suite est strictement croissante • Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$ alors la suite est constante Bien entendu si les inégalités deviennent larges alors la suite ne sera ne sera plus que décroissante ou croissante		
Preuve			
$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \Rightarrow u_{n+1} < u_n$		$\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$	$\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \Rightarrow u_{n+1} = u_n$
Exemple	Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_n = 3 * 7^n$ $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3 * 7^{n+1}}{3 * 7^n} = 7$ $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1 \text{ donc la suite est strictement croissante.}$		
Remarque	Attention : cette dernière méthode n'est possible que pour les suites strictement positives		