Fonctions C^1 dans $\mathbb{R}^2$	
Définition	Soit U un ouvert de $\mathbb{R}^2$ et f une fonction $U \to \mathbb{R}$ f est dite de classe $\boldsymbol{C^1}$ sur U si f admet des dérivées partielles sur U et si ces dérivées partielles sont continues. L'ensemble des fonctions de classe $\boldsymbol{C^1}$ sur U se note $\boldsymbol{C^1(U,}\mathbb{R}\boldsymbol{)}$
Exemple	La fonction $f:\left\{\begin{matrix}\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x,y) \to e^{x^2-7y}\end{matrix}\right\}$ est C^1 sur $\mathbb{R}^2$
Théorème	Soit U un ouvert de $\mathbb{R}^2$ et $(a) \in U$ Soit f une fonction appartenant à $C^1(U,\mathbb{R})$ Alors f admet un développement limité d'ordre 1 au voisinage de a. Cela peut se traduire ainsi : $f(a+h) = f(a) + \left(h.\overrightarrow{\nabla f}(a)\right) + o(\lVert h \rVert)$ $h.\overrightarrow{\nabla f}(a)$ désignant le produit scalaire de h et de $\overrightarrow{\nabla f}(a)$ ou $f(a+h) = f(a) + h_x \dfrac{\partial f}{\partial x}(a) + h_y \dfrac{\partial f}{\partial y}(a) + o(\lVert h \rVert)$ Avec $h\begin{pmatrix}h_x \\ h_y\end{pmatrix}$
Preuve.	
Admise.	
Exemple	Reprenons l'exemple précédent de la fonction $f:\left\{\begin{matrix}\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \\ (x,y) \to e^{x^2-7y}\end{matrix}\right\}$ C^1 sur $\mathbb{R}^2$ Nous avons $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 2xe^{x^2-7y}$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = -7e^{x^2-7y}$ Il vient $f(0+x,0+y) = f(0,0) + x\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) + y\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) + o\left(\left\lVert\sqrt{x^2+y^2}\right\rVert\right)$ $\Rightarrow \boldsymbol{f(x,y) = 1 - 7y + o\left(\left\lVert\sqrt{x^2+y^2}\right\rVert\right)}$
Définition	Soit U un ouvert de $\mathbb{R}^2$ et f une fonction de $\boldsymbol{C^1(U,}\mathbb{R}\boldsymbol{)}$ Soit $(a_x,a_y) \in U$. Le plan de $\mathbb{R}^3$ d'équation cartésienne $\boldsymbol{z - f(a_x,a_y) = \frac{\partial f}{\partial x}(a_x,a_y)(x-a_x) + \frac{\partial f}{\partial y}(a_x,a_y)(y-a_y)}$ est appelé le plan tangeant en $a\begin{pmatrix}a_x \\ a_y \\ f(a_x,a_y)\end{pmatrix}$ à la surface f d'équation $z = f(x,y)$
Exemple	• Prenons la surface d'équation $z = x^2 + y^2$ aussi appelée paraboloide. La fonction f définie sur $\mathbb{R}^3$ par $z = f(x,y)$ est une fonction de $\boldsymbol{C^1(}\mathbb{R}^2,\mathbb{R}\boldsymbol{)}$ $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 2x + y^2$; $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = x^2 + 2y$; Au point $O\begin{pmatrix}0 \\ 0 \\ 0\end{pmatrix}$ nous avons $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$ Nous en déduisons donc que le plan tangeant à la courbe en O a pour équation $\boldsymbol{z = 0}$ • Prenons la surface d'équation $z = e^{x^2-7y}$ Au point $O\begin{pmatrix}0 \\ 0 \\ 0\end{pmatrix}$ nous avons $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = -7$ Nous en déduisons donc que le plan tangeant à la courbe en O a pour équation $z = -7y$