

Cours
Signe d'un polynôme du second degré

Etudions le signe du polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$																																	
Signe de Δ		$\Delta > 0$		$\Delta = 0$																													
Forme factorisée		Le polynôme peut se mettre sous la forme : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$		Le polynôme peut se mettre sous la forme : $f(x) = a(x - x_0)^2$																													
Position de la parabole par rapport à l'axe des abscisses.	$a > 0$																																
	$a < 0$																																
Signe du trinôme du second degré	$a > 0$	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$f(x)$	+	0	-	0	+	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	$f(x)$	+	0	+	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td></td><td>+</td></tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$f(x)$		+				
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																													
$f(x)$	+	0	-	0	+																												
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$																														
$f(x)$	+	0	+																														
x	$-\infty$	$+\infty$																															
$f(x)$		+																															
$a < 0$	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_1</td><td>x_2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$f(x)$	-	0	+	0	-	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>x_0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>-</td></tr> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	$f(x)$	-	0	-	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td></td><td>-</td></tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$f(x)$		-					
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																													
$f(x)$	-	0	+	0	-																												
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$																														
$f(x)$	-	0	-																														
x	$-\infty$	$+\infty$																															
$f(x)$		-																															
Démonstration																																	
<p>Sous forme factorisée la fonction s'écrit $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$</p> <p>Nous obtenons le tableau de signe suivant :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%;">x</td><td style="width: 10%;">$-\infty$</td><td style="width: 10%;">x_1</td><td style="width: 10%;"></td><td style="width: 10%;">x_2</td><td style="width: 10%;">$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$x - x_1$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr> <tr> <td>$x - x_2$</td><td>-</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$(x - x_1) * (x - x_2)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>Signe de a</td><td>0</td><td>Signe de $-a$</td><td>0</td><td>Signe de a</td></tr> </table>			x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$	$x - x_1$	-	0	+		+	$x - x_2$	-		-	0	+	$(x - x_1) * (x - x_2)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a	<p>Sous forme factorisée la fonction s'écrit $f(x) = a(x - x_0)^2$</p> <p>f ne s'annule donc que lorsque $x = x_0$ et est du signe de a. $((x - x_0)^2$ étant toujours ≥ 0)</p>
x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$																												
$x - x_1$	-	0	+		+																												
$x - x_2$	-		-	0	+																												
$(x - x_1) * (x - x_2)$	+	0	-	0	+																												
$f(x)$	Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a																												
			<p>La fonction f ne peut pas se factoriser. Elle ne s'annule donc jamais et reste du signe de a.</p>																														