

# Cours

## Signe d'un polynôme du second degré

Etudions le signe du polynôme du second degré  $f(x) = ax^2 + bx + c$

Signe de $\Delta$		$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$																								
Forme factorisée		Le pôleynome peut se mettre sous la forme : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	Le pôleynome peut se mettre sous la forme : $f(x) = a(x - x_0)^2$	Pas de forme factorisée																								
Position de la parabole par rapport à l'axe des abscisses.	$a > 0$																											
	$a < 0$																											
Signe du trinôme du second degré	$a > 0$	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_1</math></td><td><math>x_2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	$f(x)$	+	0	-	+	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_0</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$	$f(x)$	+	0	+	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td colspan="2">+</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$+\infty$	$f(x)$	+	
	$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$																							
$f(x)$	+	0	-	+																								
$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$																									
$f(x)$	+	0	+																									
$x$	$-\infty$	$+\infty$																										
$f(x)$	+																											
$a < 0$	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_1</math></td><td><math>x_2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>-</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$	$f(x)$	-	0	+	-	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_0</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$	$f(x)$	-	0	-	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td colspan="2">-</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$+\infty$	$f(x)$	-		
$x$	$-\infty$	$x_1$	$x_2$	$+\infty$																								
$f(x)$	-	0	+	-																								
$x$	$-\infty$	$x_0$	$+\infty$																									
$f(x)$	-	0	-																									
$x$	$-\infty$	$+\infty$																										
$f(x)$	-																											

### Démonstration

<p>Sous forme factorisée la fonction s'écrit  <math>f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)</math>          Nous obtenons le tableau de signe suivant :</p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>x_1</math></td><td></td><td><math>x_2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td><math>x - x_1</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr> <tr> <td><math>x - x_2</math></td><td>-</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td><math>(x - x_1) * (x - x_2)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td><td>Signe de a</td><td>0</td><td>Signe de -a</td><td>0</td><td>Signe de a</td></tr> </table>						$x$	$-\infty$	$x_1$		$x_2$	$+\infty$	$x - x_1$	-	0	+		+	$x - x_2$	-		-	0	+	$(x - x_1) * (x - x_2)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	Signe de a	0	Signe de -a	0	Signe de a
$x$	$-\infty$	$x_1$		$x_2$	$+\infty$																														
$x - x_1$	-	0	+		+																														
$x - x_2$	-		-	0	+																														
$(x - x_1) * (x - x_2)$	+	0	-	0	+																														
$f(x)$	Signe de a	0	Signe de -a	0	Signe de a																														
<p>Sous forme factorisée la fonction s'écrit  <math>f(x) = a(x - x_0)^2</math>  <math>f</math> ne s'annule donc que lorsque <math>x = x_0</math> et est du signe de a.          ( <math>(x - x_0)^2</math> étant toujours <math>\geq 0</math> )</p>																																			
<p>La fonction <math>f</math> ne peut pas se factoriser. Elle ne s'annule donc jamais et reste du signe de a.</p>																																			