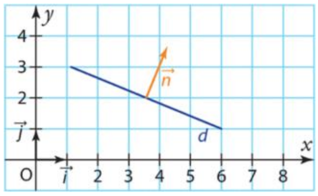
Applications du produit scalaire.

Vecteur normal, équation cercle			
Définition	**Vecteur normal**	Un vecteur $\vec{n}$ est dit normal à une droite d s'il est orthogonal à tout vecteur directeur de cette droite.	
Propriété	**Vecteur normal et équation**	Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la droite d dont une équation cartésienne est $ax+by+c=0$	
Démonstration			
La droite d'équation $ax+by+c=0$ admet comme vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$. Le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ est orthogonal à $\vec{u}$ car : $\vec{n}.\vec{u}=-ab+ab=0$			
Exemple	La droite d'équation cartésienne $4x-5y+2=0$ admet comme vecteur normal le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$ En effet un vecteur directeur de cette droite est $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$ on vérifie bien que $\vec{u}.\vec{n}=0$		
Propriété	**Equation cartésienne d'une droite**	La droite qui admet le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ comme vecteur normal et qui passe par le point $A(x_A;y_A)$ a une équation cartésienne de la forme : $ax+by+c=0$	
Démonstration			
Un point M$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ appartient à la droite passant par le point A $\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ équivaut à $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-x_A\\y-y_A\end{pmatrix}.\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=0 \Leftrightarrow a(x-x_A)+b(y-y_A)=0 \Leftrightarrow ax+by-ax_A-by_A=0$ Posons $c=-ax_A-by_A$ Nous avons bien : $ax+by+c=0$			
Exemple	Un point M appartient à la droite qui passe par le point $A(-2\,;3)$ et qui a pour vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ si et seulement si $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x+2\\y-3\end{pmatrix}.\vec{n}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$=0 c'est-à-dire $2(x+2)+5(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x+4+5y-15=0 \Leftrightarrow$ $2x+5y-11=0$		
Propriété	**Equation cartésienne d'un cercle**	Une équation du cercle $\mathcal{C}$ de centre $A(a,b)$ et de rayon r est de la forme : $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	
Démonstration			
Un point M$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ appartient au cercle de centre A $\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ et de rayon $r \Leftrightarrow AM=r \Leftrightarrow AM^2=r^2\ (AM>0) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}^2=r^2$ $\Leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=r^2$			
Exemple	Une équation du cercle de centre $A(1;-2)$ et de rayon $r=3$ est $(x-1)^2+(y+2)^2=9$		