

Fonctions Etude de signe de fonctions

Tableau de signes

Tableau de signes																	
Définition	Etude de signe d'une fonction	Etudier le signe d'une fonction ou d'une expression $f(x)$ revient à déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est strictement positif, nul ou strictement négatif. Le signe est souvent présenté sous la forme d'un tableau de signes.															
Exemple	Soit $h: x \rightarrow \frac{1}{x}$ pour tout x de \mathbb{R}^* . $h(x)$ est du même signe de x . On en déduit le tableau de signes suivant :																
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$\frac{1}{x}$</td><td>$-$</td><td></td><td>$+$</td></tr></table>		x	$-\infty$	0	$+\infty$	$\frac{1}{x}$	$-$		$+$							
x	$-\infty$	0	$+\infty$														
$\frac{1}{x}$	$-$		$+$														
Propriété	Le tableau de signes d'une fonction affine f dont l'expression algébrique est $f(x) = ax + b$ avec a et b réels peut se représenter ainsi :																
	<div>$si\ a > 0$<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{b}{a}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$ax + b$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table></div>	x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$	$ax + b$	$-$	0	$+$	<div>$si\ a < 0$<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{b}{a}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$ax + b$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr></table></div>	x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$	$ax + b$	$+$	0
x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$														
$ax + b$	$-$	0	$+$														
x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$														
$ax + b$	$+$	0	$-$														
Preuve	$ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b$																
	<div>$si\ a > 0$<p>Alors $\frac{ax}{a} > -\frac{b}{a} \Leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$</p></div>	<div>$si\ a < 0$<p>Alors $\frac{ax}{a} < -\frac{b}{a} \Leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$</p></div>															
Exemple	Dressons le tableau de signe de la fonction affine f définie par $f(x) = -2x + 10$																
	<div>Nous avons $a = -2$ et $b = 10$ $-2x + 10 > 0 \Leftrightarrow -2x > -10$ $\Leftrightarrow x < -\frac{10}{-2} \Leftrightarrow x < 5$</div>	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>signe de $-2x + 10$</td><td></td><td>$+$</td><td>$-$</td></tr></table>	x	$-\infty$	5	$+\infty$	signe de $-2x + 10$		$+$	$-$							
x	$-\infty$	5	$+\infty$														
signe de $-2x + 10$		$+$	$-$														

Tableaux de signes complexes

Exemple

Etude de signe d'un produit	Etude de signe d'un quotient																																									
Etudions le signe de la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = (3x + 4)(-2x + 6)$	Etudions le signe de la fonction k définie par $k(x) = \frac{(3x-5)}{(2x+7)}$																																									
<p>h est un produit de fonctions affines. On recherche les valeurs qui annulent ces deux fonctions.</p> <ul style="list-style-type: none">$3x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq -4 \Leftrightarrow x \geq -\frac{4}{3}$$-2x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq -\frac{6}{-2} \Leftrightarrow x \leq 3$	<p>k est un quotient de fonctions affines. On recherche les valeurs pour lesquelles les fonctions affines s'annulent.</p> <ul style="list-style-type: none">$3x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$$2x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq -7 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}$																																									
Tableau de signes de la fonction	Tableau de signes de la fonction																																									
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{4}{3}$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$3x + 4$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$-2x + 6$</td><td>+</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	3	$+\infty$	$3x + 4$	-	0	+	+	$-2x + 6$	+	+	0	-	$h(x)$	-	0	+	0	-	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{7}{2}$</td><td>$\frac{5}{3}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$3x - 5$</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$2x + 7$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$k(x)$</td><td>+</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$	$3x - 5$	-	-	0	+	$2x + 7$	-	0	+	+	$k(x)$	+	-	0	+
x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	3	$+\infty$																																						
$3x + 4$	-	0	+	+																																						
$-2x + 6$	+	+	0	-																																						
$h(x)$	-	0	+	0	-																																					
x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$																																						
$3x - 5$	-	-	0	+																																						
$2x + 7$	-	0	+	+																																						
$k(x)$	+	-	0	+																																						