

## Fonctions Etude de signe de fonctions

### Tableau de signes

<b>Définition</b>	<b>Etude de signe d'une fonction</b>	Etudier le signe d'une fonction ou d'une expression $f(x)$ revient à déterminer les valeurs de $x$ pour lesquelles $f(x)$ est strictement positif, nul ou strictement négatif. Le signe est souvent présenté sous la forme d'un tableau de signes.
<b>Exemple</b>	Soit $h: x \rightarrow \frac{1}{x}$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}^*$ . $h(x)$ est du même signe de $x$ . On en déduit le tableau de signes suivant :	
<b>Propriété</b>	$\begin{array}{c ccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ \hline \frac{1}{x} & - & & + \end{array}$	Le tableau de signes d'une fonction affine $f$ dont l'expression algébrique est $f(x) = ax + b$ avec $a$ et $b$ réels peut se représenter ainsi :
<b>Preuve</b>	$\begin{array}{c ccc} x & -\infty & -\frac{b}{a} & +\infty \\ \hline ax + b & - & 0 & + \end{array}$	$\begin{array}{c ccc} x & -\infty & -\frac{b}{a} & +\infty \\ \hline ax + b & + & 0 & - \end{array}$
<b>Exemple</b>	<p>Dressons le tableau de signe de la fonction affine <math>f</math> définie par <math>f(x) = -2x + 10</math></p> <p>Nous avons <math>a = -2</math> et <math>b = 10</math>  <math>-2x + 10 &gt; 0 \Leftrightarrow -2x &gt; -10</math>  <math>\Leftrightarrow x &lt; -\frac{10}{-2} \Leftrightarrow x &lt; 5</math></p>	$\begin{array}{c ccc} x & -\infty & 5 & +\infty \\ \hline \text{signe de } -2x + 10 & + & 0 & - \end{array}$

Tableaux de signes complexes																																															
Exemple	Etude de signe d'un produit		Etude de signe d'un quotient																																												
	Etudions le signe de la fonction $h$ définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (3x + 4)(-2x + 6)$		Etudions le signe de la fonction $k$ définie par $k(x) = \frac{(3x - 5)}{(2x + 7)}$																																												
	$h$ est un produit de fonctions affines. On recherche les valeurs qui annulent ces deux fonctions. <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>3x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq -4 \Leftrightarrow x \geq -\frac{4}{3}</math></li> <li>• <math>-2x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq -\frac{6}{-2} \Leftrightarrow x \leq 3</math></li> </ul>		$k$ est un quotient de fonctions affines. On recherche les valeurs pour lesquelles les fonctions affines s'annulent. <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>3x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}</math></li> <li>• <math>2x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq -7 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}</math></li> </ul>																																												
	Tableau de signes de la fonction		Tableau de signes de la fonction																																												
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #f0f0ff;"><math>x</math></th><th style="background-color: #f0f0ff;">- <math>\infty</math></th><th style="background-color: #f0f0ff;">- <math>\frac{4}{3}</math></th><th style="background-color: #f0f0ff;">3</th><th style="background-color: #f0f0ff;">+ <math>\infty</math></th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="background-color: #f0f0ff;"><math>3x + 4</math></td><td style="background-color: #f0f0ff;">-</td><td style="background-color: #f0f0ff;">0</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td></tr> <tr> <td style="background-color: #f0f0ff;"><math>-2x + 6</math></td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">0</td><td style="background-color: #f0f0ff;">-</td></tr> <tr> <td style="background-color: #f0f0ff;"><math>h(x)</math></td><td style="background-color: #f0f0ff;">-</td><td style="background-color: #f0f0ff;">0</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">0</td></tr> </tbody> </table>		$x$	- $\infty$	- $\frac{4}{3}$	3	+ $\infty$	$3x + 4$	-	0	+	+	$-2x + 6$	+	+	0	-	$h(x)$	-	0	+	0	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #f0f0ff;"><math>x</math></th><th style="background-color: #f0f0ff;">- <math>\infty</math></th><th style="background-color: #f0f0ff;">- <math>\frac{7}{2}</math></th><th style="background-color: #f0f0ff;">0</th><th style="background-color: #f0f0ff;"><math>\frac{5}{3}</math></th><th style="background-color: #f0f0ff;">+ <math>\infty</math></th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="background-color: #f0f0ff;"><math>3x - 5</math></td><td style="background-color: #f0f0ff;">-</td><td style="background-color: #f0f0ff;">-</td><td style="background-color: #f0f0ff;">0</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td></tr> <tr> <td style="background-color: #f0f0ff;"><math>2x + 7</math></td><td style="background-color: #f0f0ff;">-</td><td style="background-color: #f0f0ff;">0</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td></tr> <tr> <td style="background-color: #f0f0ff;"><math>k(x)</math></td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">-</td><td style="background-color: #f0f0ff;">0</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td><td style="background-color: #f0f0ff;">+</td></tr> </tbody> </table>		$x$	- $\infty$	- $\frac{7}{2}$	0	$\frac{5}{3}$	+ $\infty$	$3x - 5$	-	-	0	+	+	$2x + 7$	-	0	+	+	+	$k(x)$	+	-	0	+
$x$	- $\infty$	- $\frac{4}{3}$	3	+ $\infty$																																											
$3x + 4$	-	0	+	+																																											
$-2x + 6$	+	+	0	-																																											
$h(x)$	-	0	+	0																																											
$x$	- $\infty$	- $\frac{7}{2}$	0	$\frac{5}{3}$	+ $\infty$																																										
$3x - 5$	-	-	0	+	+																																										
$2x + 7$	-	0	+	+	+																																										
$k(x)$	+	-	0	+	+																																										