Fonctions Etude de signe
Cours

Définition	**Etude de signe d'une fonction**	Etudier le signe d'une fonction ou d'une expression $f(x)$ revient à déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est strictement positif, nul ou strictement négatif. Le signe est souvent présenté sous la forme d'un tableau de signes.
Exemple	Soit $h: x \to \frac{1}{x}$ pour tour x de $\mathbb{R}^*$. $h(x)$ est du même signe de x. On en déduit le tableau de signes suivant :	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{1}{x}$		$-$	||	$+$	

Exemple

Etude de signe d'un produit	Etude de signe d'un quotient
Etudions le signe de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $\boldsymbol{h(x) = (3x+4)(-2x+6)}$	Etudions le signe de la fonction k définie par $\mathrm{k}(x) = \frac{(3x-5)}{(2x+7)}$
h est un produit de fonctions affines. On recherche les valeurs qui annulent ces deux fonctions. • $3x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$ et $x \to 3x + 4$ est croissante sur $\mathbb{R}$ • $-2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2}$ et $x \to -2x + 6$ est décroissante sur $\mathbb{R}$	k est un quotient de fonctions affines. On recherche les valeurs pour lesquelles les fonctions affines s'annulent. • $3x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$ et $x \to 3x - 5$ est croissante sur $\mathbb{R}$ • $2x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{2}$ et $x \to 2x + 7$ est croissante sur $\mathbb{R}$
Tableau de signes de la fonction	Tableau de signes de la fonction

x	$-\infty$		$-\frac{4}{3}$		3		$+\infty$
$3x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$-2x+6$		$+$		$+$	0	$-$	
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x+7$		$-$	0	$+$		$+$	
$k(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	

Propriété

Position relative des courbes de référence

On considère les courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ d'équation respective $y = x, y = x^2, y = x^3$ pour $x \geq 0$

- Si $x \in]0; 1[$ alors $\mathcal{C}_1$ est située au dessus de $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_2$ est située au dessus de $\mathcal{C}_3$
- Si $x = 1$ alors $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$, $\mathcal{C}_3$ se coupent au point de coordonnées (1 ;1)
- Si $x \in]1; +\infty[$ alors $\mathcal{C}_3$ est située au dessus de $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_2$ est située au dessus de $\mathcal{C}_1$

Démonstration avec l'étude de signes de la différence