

Systèmes de deux équations à deux inconnues

Systèmes			
Définition	Un système de 2 équations à deux inconnues est la réunion de 2 équations de ce type : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ (où a, b, c sont des constantes)		
Exemple	Le système : $\begin{cases} -2x + y + 3 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ est un système de 2 équations à 2 inconnues.		
Définition	Couple solution	On dit qu'un couple $(x; y)$ vérifie le système suivant de deux équations linéaires du 1 ^{er} degré à 2 inconnues : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$ (où a, b, c sont des constantes) Si ce couple vérifie les deux équations.	
Exemple	Soit le système suivant : $\begin{cases} -2x + y + 3 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ Le couple $(2; 1)$ est solution de ce système. En effet $\begin{cases} -2 * 2 + 1 + 3 = 0 \\ 2 + 2 * 1 - 4 = 0 \end{cases}$		
Méthodes	Méthode par substitution Principe : Cette méthode consiste à isoler une inconnue à partir d'une équation et à la remplacer dans l'autre équation afin d'obtenir une seule équation avec une seule inconnue.	Méthode par combinaison Principe : Cette équation consiste à multiplier les deux équations par des nombres de telle manière qu'en additionnant les équations membre à membre une inconnue s'élimine. Ainsi, il n'y a plus qu'à résoudre une équation à une seule inconnue. Pour trouver la deuxième inconnue, on remplace dans une des deux expressions de départ la première inconnue par son valeur et on résout l'équation.	Méthode graphique Principe : Je trace les deux droites correspondantes aux deux équations de droites. <ul style="list-style-type: none"> • Si les droites sont parallèles : le système n'admet pas de solution. • Si les droites sont confondues le système admet une infinité de solution. • Si les droites sont sécantes la solution du système sera donné par le point d'intersection des deux droites (Attention cette méthode n'est pas une démonstration elle permet juste de vérifier vos calculs)
Exemples	Résolvons le système suivant : $\begin{cases} -2x + y + 3 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ x + 2(2x - 3) - 4 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ x + 4x - 6 - 4 = 0 \end{cases}$	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y + 1 = 0 \\ 3x - 4y - 2 = 0 \end{cases}$ $\left(\begin{array}{l} \text{Je multiplie la 1ère ligne par 3} \\ \text{Je multiplie la 2ème ligne par -2} \end{array} \right)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 9y + 3 = 0 \ (1) \\ -6x + 8y + 4 = 0 \ (2) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 9y + 3 = 0 \ (1) \\ 9y + 8y + 7 = 0 \ (2) \Leftrightarrow (1) + (2) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 9y + 3 = 0 \\ 17y + 7 = 0 \end{cases}$	Soit le système suivant : * $\begin{cases} -2x + y + 3 = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$ Je trace les droites correspondantes :

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 5x - 10 = 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 5x = 10 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ x = \frac{10}{5} = 2 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 * 2 - 3 \\ x = \frac{10}{5} = 2 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{10}{5} = 2 \end{cases} \\
&\text{Le couple (1 ;2) est solution.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 9y + 3 = 0 \\ y = -\frac{7}{17} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 9 * (-\frac{7}{17}) + 3 = 0 \\ y = -\frac{7}{17} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - \frac{63}{17} + 3 = 0 \\ y = -\frac{7}{17} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - \frac{63}{17} + \frac{51}{17} = 0 \\ y = -\frac{7}{17} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = \frac{12}{17} \\ y = -\frac{7}{17} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{17} \\ y = -\frac{7}{17} \end{cases}
\end{aligned}$$

Le couple $(\frac{2}{17}; -\frac{7}{17})$ est solution

Le couple (2 ;1) est solution