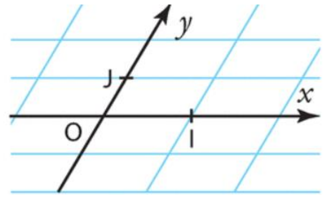
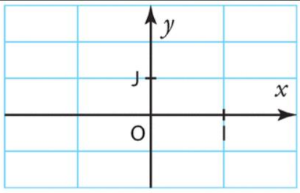
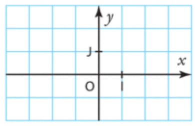
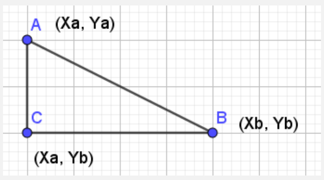
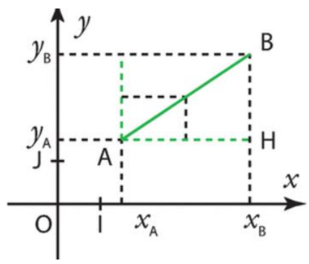
Géométrie plane. Cours

<table>
<tr><th colspan="5">Géométrie avec repère</th></tr>
<tr>
<td>Définition</td>
<td>Repère</td>
<td>Etant donnés trois points O, I, J non alignés, le repère noté $(O\,;I\,;J)$ est le repère d'origine O ayant pour axe des abscisses (OI), pour axe des ordonnées et tel que I et J soient les points de coordonnées $(1;0)$ et $(0\,;1)$.</td>
<td colspan="2">
</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Remarque</td>
<td colspan="4">Les deux cas particuliers qui sont le plus utilisés sont :</td>
</tr>
<tr>
<td>Si le triangle OIJ est rectangle en O, le repère est orthogonal.</td>
<td>
</td>
<td>Si le triangle OIJ est isocèle et rectangle en O, le repère est ortonomé ou orthonormal</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Définition</td>
<td>Distance entre deux points</td>
<td colspan="3">Dans un repère orthonomé, la distance entre le point $A(x_A; y_A)$ et le point B$(x_B; y_B)$ est donné par la relation :
$$AB = \sqrt{(x_B - x_{A)}{}^2 + (y_B - y_{A)}{}^2}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>Preuve</td>
<td colspan="2">
</td>
<td colspan="2">Le triangle ABC ci-contre est rectangle en C. Nous avons donc
$$x_C = x_A \ et \ y_C = y_B$$
Le théorème de Pythagore nous permet d'affirmer que :
$$AB^2 = AC^2 + CB^2 = (y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2$$
D'où $AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$</td>
</tr>
<tr>
<td>Exemple</td>
<td colspan="4">Soient $A(3;-2)$ et $B(-1;-4)$ dans un repère orthonormé alors
$$AB = \sqrt{(-1-3)^2 + (-4-(-2))^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$</td>
</tr>
<tr>
<td>Propriété</td>
<td>Coordonnées du milieu d'un segment</td>
<td>Dans un repère quelconque le milieu du segment [AB] où A est donné par les coordonnées $(x_A; y_A)$ et B par les coordonnées $(x_B; y_B)$ est donné par les coordonnées :
$$\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$</td>
<td colspan="2">
</td>
</tr>
<tr>
<td>Exemple</td>
<td colspan="4">Soient $A(3;-1)$ et $B(-2;5)$ alors le milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées :
$$\left(\frac{3+(-2)}{2}; \frac{-1+(5)}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$$</td>
</tr>
</table>