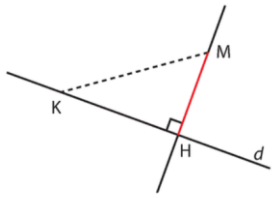
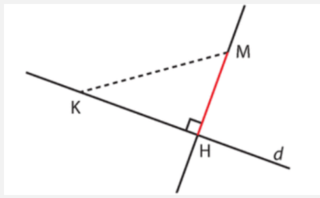
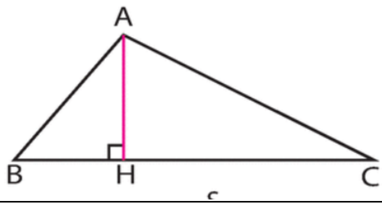
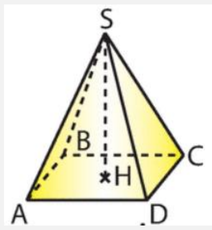
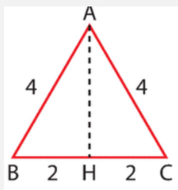
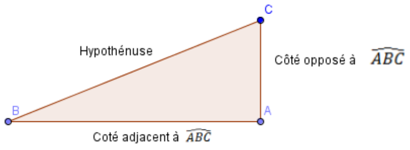
Géométrie plane. Cours

<table>
<tr><th colspan="4">Géométrie sans repère</th></tr>
<tr><td>Définition</td><td>Projeté orthogonal</td><td>On appelle projeté orthogonal d'un point M sur une droite d (M extérieur à cette droite) le point H intersection de la droite d et de la perpendiculaire à la droite d passant par M</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Remarque</td><td colspan="3">Si le point M appartient à la droite d alors il est son propore projeté orthogonal.</td></tr>
<tr><td>Définition</td><td>Distance d'un point M à une droite</td><td colspan="2">On appelle distance d'un point M à une droite d la longueur MH où H est le projeté orthogonal de M sur la droite d.</td></tr>
<tr><td>Propriété</td><td colspan="3">Cette distance est la plus courte distance entre le point M et la droite D.</td></tr>
<tr><td>Preuve</td><td colspan="2">Soit H le projeté orthogonal du point M sur la droite (d). Soit K un point quelconque de la droite (d). Cf figure ci-contre
Alors d'après le théorème de pythagore dans le triangle MHK rectangle en H : $MK^2 = MH^2 + HK^2$
Donc $MK^2 \geq MH^2$ et cela quelque soit la position du point K sur (d)</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Définition</td><td>Hauteur dans un triangle</td><td>Dans un triangle ABC, la droite qui passe par le sommet A et qui est perpendiculaire au côté (BC) s'appelle la hauteur issue de A.
La longueur AH est la distance du point A à la droite (BC).</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Remarque</td><td colspan="2">De la même manière la hauteur SH d'une pyramide est la plus courte distance entre sommet et sa base.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Exemple</td><td colspan="2">ABC est un triangle équilatéral de côté 4. Le projeté orthogonal de A sur (BC) se nomme H. Calculons AH.
Dans le triangle AHB rectangle en H alors le théorème de pythagore nous dit que :
$$AB^2 = AH^2 + HB^2 \Leftrightarrow 4^2 = AH^2 + 2^2 \Leftrightarrow 16 = AH^2 + 4$$ $$\Leftrightarrow AH^2 = 16 - 4 \Leftrightarrow AH^2 = 12$$ $$\Leftrightarrow AH = \sqrt{12} = \sqrt{4 * 3} = 2\sqrt{3}$$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Propriété</td><td colspan="3">L'aire d'un triangle est égale à $\frac{1}{2} * \boldsymbol{Base} * \boldsymbol{hauteur}$
La base étant le coté où finit la hauteur.</td></tr>
<tr><td>Exemple</td><td colspan="3">Reprenons le trinagle isocèle ABC ci-dessus et calculons son aire.
Nous considérons que la hauteur AH finit sur la base BC
Il vient $Aire\ (ABC) = \frac{1}{2} BC * AH = \frac{1}{2} * 4 * 2\sqrt{3} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$</td></tr>
</table>

Propriété	Dans un triangle ABC rectangle en A • $\cos\widehat{ABC} = \frac{Longueur\ du\ côté\ adjacent}{Longueur\ de\ l'hypothénuse.} = \frac{AB}{BC}$ • $\sin\widehat{ABC} = \frac{Longueur\ du\ côté\ opposé}{Longueur\ de\ l'hypothénuse.} = \frac{AC}{BC}$ • $\tan\widehat{ABC} = \frac{Longueur\ du\ côté\ opposé}{Longueur\ du\ côté\ adjacent} = \frac{AC}{AB}$	
Exemple	Dans le triangle CBA rectangle en A nous connaissons $AC = 5$ et $AB = 7$ $\tan\hat{b} = \frac{5}{7} \rightarrow \hat{b} \approx 35°$ $\hat{c} \approx 90 - 35 \approx 55°$