



Connaître la notion de quotient

| | |
|--------------|--|
| Définitions | <p>a et b désignent deux nombres et $b \neq 0$.</p> <p>Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a.</p> <p>Il est noté $\frac{a}{b}$ et vérifie l'égalité : $\frac{a}{b} \times b = a$</p> <p>Dans le quotient $\frac{a}{b}$, a est appelé le numérateur et b le dénominateur.</p> |
| Savoir Faire | <p style="text-align: center;">Reconnaître un nombre décimal</p> <div style="border: 1px solid green; padding: 10px; margin: 10px;"> <p>▶ Le quotient de 3 par 4 est noté $\frac{3}{4}$. Ce nombre vérifie l'égalité $\frac{3}{4} \times 4 = 3$.</p> <p>C'est le résultat de la division $3 \div 4$. En effet, on vérifie que $0,75 \times 4 = 3$. On a donc $\frac{3}{4} = 0,75$.</p> <p>Le quotient de 3 par 4 est donc un nombre décimal.</p> </div> <div style="border: 1px solid green; padding: 10px; margin: 10px;"> <p>▶ Le quotient de 1 par 3 est noté $\frac{1}{3}$. C'est le nombre qui, multiplié par 3, donne $1 : \frac{1}{3} \times 3 = 1$.</p> <p>Le résultat de la division $1 \div 3$ ne tombe jamais juste.</p> <p>Le quotient de 1 par 3 n'est donc pas un nombre décimal. On peut écrire que $\frac{1}{3} \approx 0,333$.</p> </div> |
| Remarque | <p>Tout nombre décimal possède une infinité d'écritures fractionnaires.</p> <p>Par exemple : $3,05 = \frac{3,05}{1} = \frac{6,1}{2}$ mais un quotient n'est pas nécessairement un nombre décimal.</p> |
| Savoir Faire | <p style="text-align: center;">Calculer une proportion</p> <div style="border: 1px solid green; padding: 10px; margin: 10px;"> <p>▶ Dans une classe de 28 élèves, il y a 21 filles.</p> <p>La proportion de filles dans cette classe est $\frac{21}{28}$.</p> <p>La proportion de garçons dans cette classe est égale à $\frac{7}{28}$.</p> </div> <div style="border: 1px solid green; padding: 10px; margin: 10px;"> <p>▶ Le disque ci-contre est divisé en 8 parts égales, chaque part représente $\frac{1}{8}$ du disque.</p> <p>La proportion du disque coloriée en vert est donc $\frac{3}{8}$.</p> <p>La proportion du disque non coloriée est $\frac{5}{8}$.</p> </div> <div style="text-align: right; margin-top: 20px;">  </div> |

Reconnaître et produire des fractions égales

| | |
|--------------|--|
| Propriété | <p>Quotients égaux :</p> <p>Un quotient de deux nombres ne change pas quand on multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.</p> <p>Un quotient de deux nombres ne change pas quand on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.</p> <p>Soient a, b et k des nombres avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$:</p> $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$ |
| Savoir-Faire | <p style="text-align: center;">Produire des fractions égales</p> |

| | |
|---------------------|--|
| | <p>► $\frac{0,2}{1,2} = \frac{0,2 \times 5}{1,2 \times 5} = \frac{1}{6}$ et $\frac{24}{18} = \frac{24 \div 6}{18 \div 6} = \frac{4}{3}$</p> |
| Définition | Lorsque a et b sont deux nombres entiers, avec b non nul, le quotient $\frac{a}{b}$ est appelé fraction . |
| Savoir-Faire | <p>Reconnaître une fraction</p> <p>► On sait que $0,75 = \frac{3}{4} = \frac{1,5}{2}$. Ce sont trois écritures d'un même nombre mais seule l'écriture $\frac{3}{4}$ est une fraction.</p> |
| Définition | Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction qui lui est égale avec un numérateur et un dénominateur plus petits. |
| Savoir-Faire | <p>Simplifier la fraction $\frac{25}{15}$</p> <p>► La fraction $\frac{25}{15}$ peut être simplifiée par 5 car 25 et 15 sont tous les deux divisibles par 5. $\frac{25}{15} = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{3}$ La fraction $\frac{5}{3}$ ne peut être simplifiée davantage.</p> |
| Remarque | Pour simplifier une fraction, on peut utiliser les critères de divisibilités ou la propriété suivante. |
| Propriété | <p>Pour simplifier une fraction, il suffit :</p> <ul style="list-style-type: none"> De décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers ; De simplifier par les facteurs communs au numérateur et au dénominateur. |
| Savoir-Faire | <p>Simplifier la fraction $\frac{450}{275}$</p> <p>► On décompose d'abord le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers : $450 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ et $275 = 5 \times 5 \times 11$ $\frac{450}{275} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 11} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 11} = \frac{2 \times 3 \times 3}{11} = \frac{18}{11}$ La fraction $\frac{18}{11}$ est la fraction la plus simplifiée possible de $\frac{450}{275}$.</p> |
| Définition | Proportion et pourcentage : Quand une proportion est écrite sous la forme d'un quotient qui a pour dénominateur 100, on obtient ce que l'on appelle la proportion en pourcentage . |
| Savoir-Faire | <p>Calculer un pourcentage</p> <p>Exemple : Une ville de 50 000 habitants est traversée par un canal. 18 250 habitants ont leur logement sur la rive droite du canal.</p> <p>► La proportion d'habitants ayant leur logement sur la rive droite est égale à $\frac{18\,250}{50\,000}$.</p> <p>On peut écrire ce quotient avec pour dénominateur 100 :</p> $\frac{18\,250}{50\,000} = \frac{18,25 \times 1\,000}{50 \times 1\,000} = \frac{18,25}{50} = \frac{18,25 \times 2}{50 \times 2} = \frac{36,5}{100}$ <p>La proportion est donc égale à $\frac{36,5}{100}$.</p> <p>On dit que le pourcentage d'habitants ayant leur logement sur la rive droite est de 36,5 %.</p>  |

Comparer des fractions

| | |
|---------------------|---|
| Propriété | Deux fractions de même dénominateur sont rangées dans le même ordre que leur numérateur. |
| Savoir-Faire | <p>Ranger les fractions suivantes $\frac{5}{7}, \frac{9}{7}, \frac{8}{7}, \frac{4}{7}$ dans l'ordre croissant.</p> <p>► Ces fractions ont toutes pour dénominateur 7, elles sont donc rangées dans l'ordre croissant de leur numérateur. Comme $4 < 5 < 8 < 9$, on en déduit que $\frac{4}{7} < \frac{5}{7} < \frac{8}{7} < \frac{9}{7}$.</p> |
| Propriété | Pour comparer deux fractions de dénominateurs multiples l'un de l'autre , on les réduit au même dénominateur puis on applique la règle précédente. |
| Savoir-Faire | <p>Comparer les fractions $\frac{13}{4}$ et $\frac{63}{20}$</p> <p>► On réduit les deux fractions au même dénominateur. Comme 20 est un multiple de 4, le plus petit dénominateur commun est 20. $\frac{13}{4} = \frac{13 \times 5}{4 \times 5} = \frac{65}{20}$ et $\frac{63}{20}$ Or, $65 > 63$ donc $\frac{65}{20} > \frac{63}{20}$ et $\frac{13}{4} > \frac{63}{20}$.</p> |
| Savoir-Faire | <p>Comparer les nombres 9 et $\frac{55}{6}$</p> <p>► $9 = \frac{9}{1}$ donc on réduit les deux fractions au même dénominateur. Comme 6 est un multiple de 1, le plus petit dénominateur commun est 6. $\frac{9}{1} = \frac{9 \times 6}{1 \times 6} = \frac{54}{6}$ et $\frac{55}{6}$ Or, $54 < 55$ donc $\frac{54}{6} < \frac{55}{6}$ et $9 < \frac{55}{6}$.</p> |