

## Etudier des grandeurs proportionnelles

### Définition

On dit que deux grandeurs sont **proportionnelles** quand les valeurs prises par l'une s'obtiennent en multipliant celles prises par l'autre par un même nombre non nul appelé **coefficient de proportionnalité**.

### Savoir-Faire

#### Reconnaître une situation de proportionnalité

- ▶ La longueur du côté et le périmètre d'un carré sont proportionnels car le périmètre d'un carré s'obtient en multipliant la longueur de son côté par 4.
- ▶ Par contre, la longueur du côté et l'aire d'un carré ne sont pas proportionnelles.

### Propriété

Dans un tableau de proportionnalité les nombres de la seconde ligne s'obtiennent en multipliant les nombres correspondants de la première ligne par le **coefficient de proportionnalité**.

### Savoir-Faire

#### Résoudre un problème de vitesse

**Exemple :** À la vitesse de 70 km/h, une voiture consomme 5 L aux 100 km.

- La consommation de carburant et la distance parcourue sont **proportionnelles**.
- À cette vitesse, quand la voiture parcourt une distance de 1 km, elle consomme **0,05 L** ( $5 \text{ L} \div 100$ ). On peut regrouper ces résultats dans un tableau de proportionnalité.

Distance parcourue	100	1	15
Consommation (en L)	5	0,05	?

$\times 0,05$

- À cette vitesse, la consommation en litres de carburant est égale au produit du nombre de kilomètres parcourus par **0,05** qui est le **coefficient de proportionnalité**.
- Dans cette situation de proportionnalité, ce coefficient permet de calculer la consommation à partir de la distance parcourue : par exemple, à cette vitesse et pour **15 km**, la consommation sera de  $15 \times 0,05 = 0,75 \text{ L}$ .

### Propriété

On peut compléter un tableau de proportionnalités à l'aide des propriétés de linéarité.

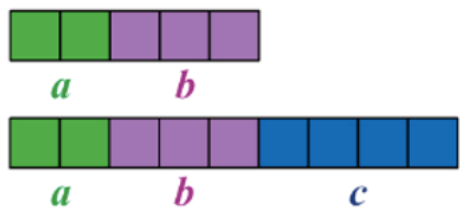

### Savoir-Faire


#### Résoudre un problème en utilisant un tableau de proportionnalité

**Exemple :** 2 kg de kiwis contiennent 64 g de sucre et 5 kg de kiwis, 160 g. On souhaite déterminer la masse de sucre contenue dans 7 kg et 13 kg de kiwis.

- ▶ On résume ces données dans un tableau de proportionnalité.

Masse de kiwis (en kg)	7	2	5	15	13 = 15 - 2
Masse de sucre (en g)	224	64	160	480	416 = 480 - 64

Partager une quantité selon un ratio							
Définition	<p><math>a, b</math> et <math>c</math> désignent des nombres positifs.</p> <p>On dit que les deux nombres <math>a</math> et <math>b</math> sont dans le ratio <math>2 : 3</math> si <math>\frac{a}{2} = \frac{b}{3}</math></p> <p>On dit que les trois nombres <math>a, b</math> et <math>c</math> sont dans le ratio <math>2 : 3 : 4</math> si <math>\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}</math></p>						
Savoir-Faire	Résoudre un problème de ratio						
	<p><b>Exemple :</b> On partage 320 € entre Sam et Max selon le ratio 3:5. Quelle est la part de chacun ?</p> <p>► Cette situation peut se représenter de cette façon : </p> <p style="text-align: center;"><i>Part de Sam</i>      <i>Part de Max</i></p> <p>Sam reçoit donc <math>\frac{3}{3+5}</math> soit <math>\frac{3}{8}</math> de 320 € = <math>\frac{3 \times 320}{8} = 120</math> €.</p> <p>Max reçoit donc <math>\frac{5}{3+5}</math> soit <math>\frac{5}{8}</math> de 320 € = <math>\frac{5 \times 320}{8} = 200</math> €.</p>						
Propriété	$a, b$ et $c$ désignent des nombres positifs.						
	<p>Si <math>a</math> et <math>b</math> sont dans le ratio <math>2 : 3</math></p> <p>alors le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité</p>	<table><tr><td><math>a</math></td><td><math>b</math></td></tr><tr><td>2</td><td>3</td></tr></table>	$a$	$b$	2	3	
	$a$	$b$					
2	3						
<p>Si <math>a, b</math> et <math>c</math> sont dans le ratio <math>2 : 3 : 4</math></p> <p>alors le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité</p>	<table><tr><td><math>a</math></td><td><math>b</math></td><td><math>c</math></td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr></table>	$a$	$b$	$c$	2	3	4
$a$	$b$	$c$					
2	3	4					

Appliquer un pourcentage ou une échelle						
Propriété	Pour calculer x% d'une quantité on multiplie cette quantité par x et on divise par 100					
Savoir-Faire	Calculer un pourcentage d'une quantité					
	<div>▶ 25 % de 350 est égal à <math>350 \times \frac{25}{100} = 350 \times 0,25 = 87,5</math></div>					
Définition	<p>L'échelle d'un plan ou d'une carte est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances correspondantes sur la carte ou le plan exprimées dans la même unité.</p> <p>Echelle = <math>\frac{\text{Distance sur le plan}}{\text{Distances réelles}}</math></p>					
Savoir-Faire	Résoudre un problème d'échelles					
	<div><p><b>Exemple :</b> Ce dessin représente le plan d'un hélicoptère SA.365 Dauphin.</p><p>▶ Dans la réalité, il a pour hauteur 3,9 m, donc l'échelle est :</p><math display="block">\frac{\text{distances sur le plan}}{\text{distances réelles}} = \frac{2,6}{390} = \frac{1}{150}</math><p>Ce qui signifie que 1 cm sur le plan correspond à 150 cm dans la réalité.</p><table><tr><td>Distance réelle (en cm)</td><td>390</td><td>x</td></tr><tr><td>Distance sur le plan (en cm)</td><td>2,6</td><td>7,75</td></tr></table><div><div><math>\times \frac{1}{150}</math></div><div><math>\times 150</math></div></div><p>La longueur réelle de l'appareil est donc <math>x = 7,75 \times 150 = 1\,162,5 \text{ cm} \approx 11,63 \text{ m}</math>.</p></div>	Distance réelle (en cm)	390	x	Distance sur le plan (en cm)	2,6
Distance réelle (en cm)	390	x				
Distance sur le plan (en cm)	2,6	7,75				