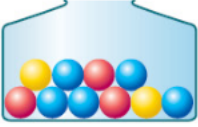


Probabilités

Epreuve de Bernoulli

Définition	Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire à deux issues. L'une est souvent appelée succès et notée S et l'autre est souvent appelée échec et notée \bar{S}							
Exemple	Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 5 bleues, 2 jaunes et 3 rouges. On tire une boule au hasard. Cette expérience a trois issues, mais l'on peut considérer qu'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli en prenant pour succès, par exemple, S : « Tirer une boule rouge » et pour échec \bar{S} : « Tirer une boule jaune ou bleue »							
Définition	On considère une épreuve de Bernoulli où la probabilité de succès est p . X est la variable aléatoire qui prend la valeur 1 en cas de succès et 0 en cas d'échec. La loi de probabilité de X , présentée dans le tableau ci-contre est appelée loi de Bernoulli de paramètre p	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">a</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$P(X = a)$</td> <td style="padding: 2px;">$1 - p$</td> <td style="padding: 2px;">p</td> </tr> </table>	a	0	1	$P(X = a)$	$1 - p$	p
a	0	1						
$P(X = a)$	$1 - p$	p						
Exemple	Reprenons les données de l'exemple précédent : S : « Tirer une boule rouge » et pour échec \bar{S} : « Tirer une boule jaune ou bleue » $p = P(S) = \frac{3}{10} = 0,3$. IL s'agit donc d'une loi de Bernoulli de paramètre 0,3	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 2px;">a</td> <td style="padding: 2px;">0</td> <td style="padding: 2px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">$P(X = a)$</td> <td style="padding: 2px;">0,7</td> <td style="padding: 2px;">0,3</td> </tr> </table>	a	0	1	$P(X = a)$	0,7	0,3
a	0	1						
$P(X = a)$	0,7	0,3						
Propriété	L'espérance et la variance de X sont données par les relations : <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">$E(X) = p$</div> <div style="text-align: center;">$V(X) = p(1 - p)$</div> </div>							
Démonstration								
$E(X) = 0 * P(X = 0) + 1 * P(X = 1) = 0 * (1 - p) + 1 * p = p$ $V(X) = E\left((X - E(X))^2\right) = E((X - p)^2) = (0 - p)^2 P(X = 0) + (1 - p)^2 P(X = 1) = p^2(1 - p) + (1 - p)^2 p$ $= p(1 - p)(p + 1 - p) = p(1 - p)$								
Définition	Un schéma de Bernoulli est une répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes							
Exemple	On reprend toujours les données de l'exemple ci-dessus. On répète deux fois l'épreuve de Bernoulli en remplaçant la boule dans l'urne avant chaque nouveau tirage. Le fait de remplacer la boule dans l'urne assure que les tirages sont identiques et indépendants. Cela constitue un schéma de Bernoulli qui peut être représenté par l'arbre pondéré ci-contre.	<div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 5px;"> 1^{re} épreuve 2^e épreuve </div> 