Equations différentielles. Primitives

Propriétés algébriques des primitives.	
Propriété	Soient f et g deux fonctions définies et continues sur un intervalle I. Soient F et G deux primitives de ces fonctions sur le même intervalle. • $F+G$ est une primitive de $f+g$ • αF est une primitive de αf (α réel)
Exemple	Nous savons qu'une primitive de $x \to x^2$ est $x \to \frac{x^3}{3}$ et qu'une primitive de $x \to e^{3x}$ est $x \to \frac{e^{3x}}{3}$. Nous en déduisons qu'une primtive de la fonction $x \to 3x^2 + 2e^{3x}$ est $x \to 3 * \frac{x^3}{3} + 2 * \frac{e^{3x}}{3}$ soit $x \to x^3 + \frac{2}{3}e^{3x}$

Primitives de fonctions de référence.

Soit $\boldsymbol{f}$ une fonction définie sur un intervalle I, F une primitive de f sur I et C un réel

Pour tout x de I, $f(x) = \ldots$	Pour tout x de I, $F(x) = \ldots$	L'intervalle I est égal à …
k (avec $k \in \mathbb{R}$)	$kx + C$	$\mathbb{R}$
x	$\frac{1}{2}x^2 + C$	$\mathbb{R}$
x^n (avec $n \in \mathbb{Z} - \{-1;0\}$)	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$	$\mathbb{R}$ si $n \geqslant 1$ $]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$ si $n \leqslant -2$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x) + C$	$]0;+\infty[$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + C$	$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C$	$]0;+\infty[$
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$	$\mathbb{R}$
$\cos(x)$	$\sin(x) + C$	$\mathbb{R}$
e^x	$e^x + C$	$\mathbb{R}$

Primitives et compositions	
Propriété	Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I à valeurs dans un intervalle J et v une fonction dérivable sur un intervalle J. **Une primitive sur I** de la fonction $v' \, o \, u * u'$ est la fonction $v \, o \, u$

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I

Fonction f	Primitives de f sur I	Condition sur u
$u'u^n$ (avec $n \in \mathbb{Z} - \{-1;0\}$)	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + C$	$u(x) \neq 0$ pour tout x de I si $n \leqslant -2$
$\frac{u'}{u}$	$\ln(u) + C$	$u(x) > 0$ pour tout x de I
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u} + C$	$u(x) \neq 0$ pour tout x de I
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + C$	$u(x) > 0$ pour tout x de I
$u'\sin(u)$	$-\cos(u) + C$	
$u'\cos(u)$	$\sin(u) + C$	
$u'e^u$	$e^u + C$	