Probabilités

Succession d'épreuves indépendantes.

Définitions

Dans une succession d'épreuves, lorsque l'issue de l'épreuve ne dépend pas des épreuves précédentes, on dit que ces épreuves sont **indépendantes**.

Lorsque l'on considère n épreuves successives **indépendantes** d'univers $E_1, E_2, \dots . E_n$, l'univers E de cette succession d'épreuves est le produit cartésien

$$E_1 \text{ x } E_2 \text{ x } \dots . E_n$$

Les issues de E sont les **n-uplets** $(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots . \boldsymbol{x_n})$ où $\boldsymbol{x_i} \in \boldsymbol{E_i}$ avec $1 \leq i \leq n$

Propriété (admise)

Dans une succession de n épreuves indépendantes, la probabilité d'une issue $(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots . \boldsymbol{x_n})$ est égale au produit des probabilités des issues de ses composantes $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots . \boldsymbol{x_n}$

Exemple

On lance un dé tétraédrique équilibré dont les 4 sommets sont numérotés 1,2,3 et 4. L'univers de cette expérience aléatoire est $E_1 = \{1,2,3,4\}$
Puis, on tire au hasard un jeton d'un sac contenant un jeton A et deux jetons B. L'univers de cette expérience aléatoire est $E_2 = \{A, B\}$
Voici la loi de probabilité de chacune de ces épreuves :

Issue	1	2	3	4
Probabilité	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

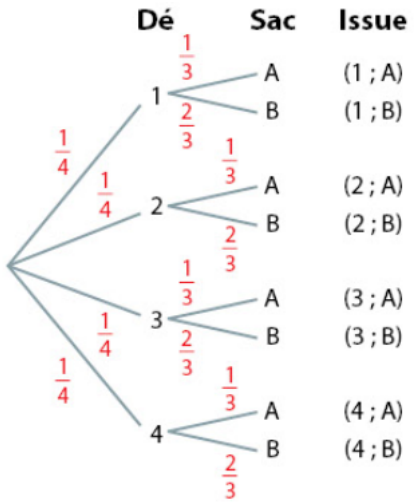
Issue	A	B
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

La succession de ces deux épreuves indépendantes a pour univers $E = E_1 \text{x } E_2$. On représente ces issues à l'aide de l'arbre ci-dessous.

Par exemple :

$$P(1, A) = \frac{1}{4} * \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

$$P(1, B) = \frac{1}{4} * \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

D'où la loi de probabilité de la succession de ces deux épreuves indépendantes.

Issue	(1 ; A)	(1 ; B)	(2 ; A)	(2 ; B)	(3 ; A)	(3 ; B)	(4 ; A)	(4 ; B)
Probabilité	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$