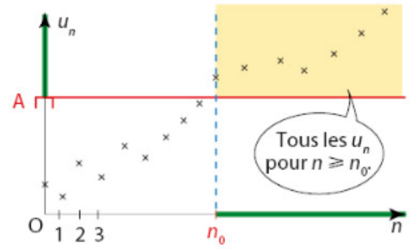
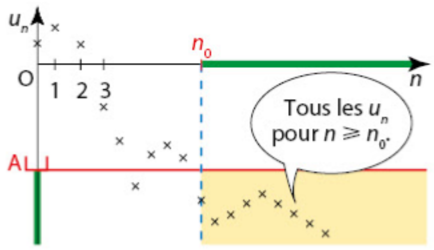
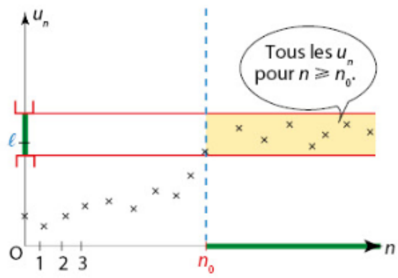
Limites de suite

Définition	**Limite $+\infty$**	Dire qu'une suite (u_n) a pour limite $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$ signifie que tout intervalle du type $]A;\ +\infty[$ avec A nombre réel contient toutes les valeurs de u_n à partir d'un certain rang. On note $\boldsymbol{\lim_{n\to\infty} u_n} = +\infty$
Illustration graphique	Aussi grand que soit le nombre réel A on peut trouver un entier naturel n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$ alors $u_n > A$. En termes imagés « Aussi haut que l'on place la barrière horizontale A, les termes u_n parviennent à passer définitivement au dessus »	
Exemples	Les suites $(3n), (5n^2), (6n^3), (7\sqrt{n})$ sont des suites ayant pour limite $+\infty$	
Définition	**Limite $-\infty$**	Dire qu'une suite (u_n) a pour limite $-\infty$ quand n tend vers $+\infty$ signifie que tout intervalle du type $]-\infty;\ A[$ avec A nombre réel contient toutes les valeurs de u_n à partir d'un certain rang. On note $\boldsymbol{\lim_{n\to\infty} u_n} = -\infty$
Illustration graphique	Aussi petit que soit le nombre réel A on peut trouver un entier naturel n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$ alors $u_n < A$. En termes imagés « Aussi bas que l'on place la barrière horizontale A, les termes u_n parviennent à passer définitivement au dessous »	
Exemple	Les suites $(-3n), (-5n^2), (-6n^3), (-7\sqrt{n})$ sont des suites ayant pour limite $-\infty$	
Vocabulaire	Lorsqu'une suite a pour limite $\pm\infty$ on dit qu'elle diverge vers $\pm\infty$	
Définition	**Limite finie**	Dire qu'une suite (u_n) a pour limite un nombre réel l lorsque n tend vers $+\infty$ signifie que tout interval ouvert contenant l contient toutes les valeurs de (u_n) à partir d'un certain rang. On note $\boldsymbol{\lim_{n\to\infty} u_n = l}$. On dit aussi que la suite converge vers l.
Illustration graphique	Aussi petit soit la longueur d'un intervalle I contenant l on peut trouver un entier naturel n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$ alors $u_n \in I$. En termes imagés « Aussi étroite soit la bande autour de la droite d'équation $y = l$ les termes u_n finissent par y entrer définitivement ».	
Remarque	Lorsqu'elle existe la limite l d'une suite (u_n) est unique.	
Exemples	Soient $u_n = \frac{3}{n^2}$ et $v_n = 5 - \frac{1}{n}$ alors $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$ et $\lim_{n\to\infty} v_n = 5$	
Remarque	Il existe des suites qui n'ont pas de limite. Exemple : $u_n = (-1)^n$	
Définition	Une suite convergente est une suite qui tend vers une limite finie. Une suite divergente est une suite qui admet pour limite $\pm\infty$ ou qui n'admet pas de limite.	