

Suites

Opérations sur les limites

Soient (u_n) et (v_n) deux suites numériques définies sur \mathbb{N} , ℓ et ℓ' deux nombres réels. On admet les règles de priorité suivantes.

Somme

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \dots$	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \dots$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = \dots$	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI	$-\infty$

Remarque

FI signifie « forme indéterminée ». Cela signifie qu'on ne peut pas conclure immédiatement, que tout résultat est possible et qu'il faudra certainement modifier l'écriture pour lever l'indétermination.

Produit

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \dots$	ℓ	$\ell > 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell < 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0
et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \dots$	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$
alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \times v_n) = \dots$	$\ell \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI

Exemples

$u_n = n$; $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \infty$; $\lim_{n \rightarrow \infty} 3 = 3$; $\lim_{n \rightarrow \infty} 3u_n = \infty$; $\lim_{n \rightarrow \infty} (3 + u_n) = \infty$

Quotient

(v_n) est une suite telle que pour tout entier naturel $n, v_n \neq 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} v_n \neq 0$

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \dots$	ℓ	ℓ	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$ ou $-\infty$
et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \dots$	$\ell' \neq 0$	$+\infty$ ou $-\infty$	$\ell' > 0$	$\ell' < 0$	$\ell' > 0$	$\ell' < 0$	$+\infty$ ou $-\infty$
alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \dots$	$\frac{\ell}{\ell'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI

$\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 0$

Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \dots$	$\ell > 0$ ou $+\infty$	$\ell < 0$ ou $-\infty$	$\ell > 0$ ou $+\infty$	$\ell < 0$ ou $-\infty$	0
et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \dots$	0 en restant positif	0 en restant positif	0 en restant négatif	0 en restant négatif	0
alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \dots$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	FI

Exemples

$u_n = 3$; $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$; $v_n = n^2$; $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = \infty$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^2} = 0$;