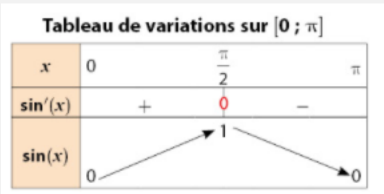
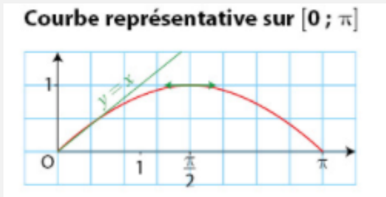
Fonctions sinus. Cours.

Propriétés de la fonction sinus	
Propriétés (vues en 1ère)	• La fonction sinus est impaire ($\sin(-x) = -\sin(x)$) • La fonction sinus est 2π-périodique Pour tout x réel $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$
Propriétés (admises)	• La fonction sinus est continue sur $\mathbb{R}$ • La fonction sinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x réel $sin'(x) = cosx$

Etude de la fonction sinus sur $[0; \pi]$

Pour tout x réel $sin'(x) = \cos x$. Or $\cos x \geq 0$ pour $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ donc $sin'(x) \geq 0$ pour $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$
$\cos x \leq 0$ pour $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$ donc $sin'(x) \leq 0$ pour $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$
Donc la fonction sinus est croissante sur $[0; \frac{\pi}{2}]$ et décroissante sur $[\frac{\pi}{2}; \pi]$

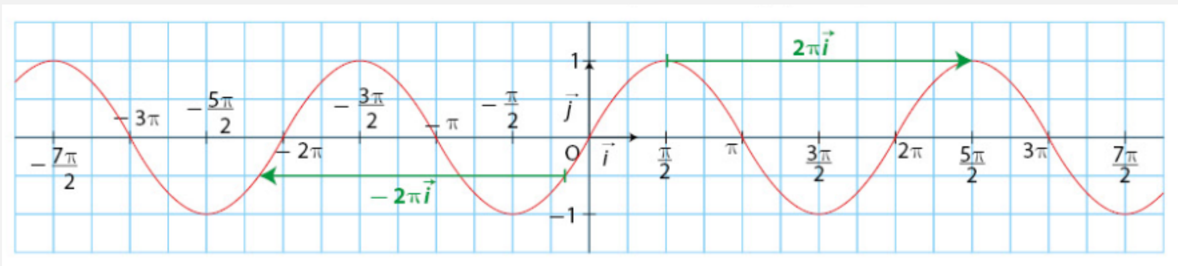




Dans un repère d'origine O l'équation de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 0 est $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$. Ici en posant $f(x) = \sin x$ il vient :
$y = \cos 0(x - 0) + \sin 0 = x$ donc la droite d'équation $y = x$ est tangente à la courbe de la fonction sinus au point d'abscisse 0.

Courbe représentative de la fonction sinus

La parité de la fonction sinus nous permet de compléter la courbe sur $[-\pi, 0]$ et dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ sa périodicité nous permet à l'aide de translations de vecteurs $2\pi\vec{\imath}$ et $-2\pi\vec{\imath}$ de reconstituer la courbe sur la droite des réels.



La courbe de la fonction sinus est appelée une sinusoide.