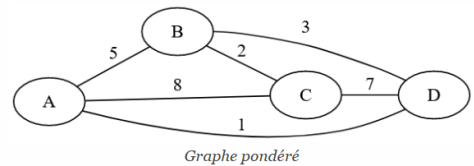


Graphes pondérés

Définition

On dit qu'un graphe est pondéré si chacune de ses arêtes (ou arcs) est affectée d'un nombre positif.



Définition

Dans un graphe pondéré, le poids d'une chaîne (ou d'un chemin) est la somme des poids des arêtes (ou des arcs) qui composent la chaîne (ou le chemin).

Exemple

Dans le graphe ci-dessus, la chaîne $A - B - C - D$ est une chaîne reliant A à D de poids $5 + 2 + 7 = 14$

Algorithme de Dijkstra-Moore.

Cet algorithme permet lorsqu'on essaie d'aller d'un sommet à l'autre d'un graphe pondéré de trouver la chaîne (ou chemin) de poids minimal. Dans cet algorithme, chaque sommet est marqué par le poids du plus court chemin conduisant de l'origine à ce sommet.

Partons d'une origine D .

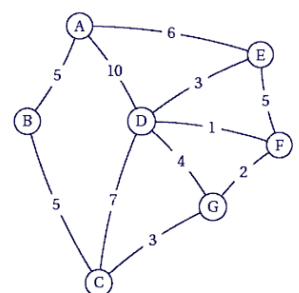
1. **Initialisation** : On fixe la marque de D à 0. On marque ensuite chacun des sommets adjacents à D par le poids de l'arête joignant ce sommet à D . On marque les autres sommets par ∞
2. **Marquage** : On regarde tous les sommets de marque non fixée et on repère celui qui a la plus petite marque pour la fixer. On note X ce sommet.
3. **Exploration** : Pour chaque sommet Y de marque non fixée adjacent à X , on calcule la somme de la marque de X avec le poids de l'arête reliant X à Y .
4. **Décision** : Si cette somme est inférieure à la marque de Y , remplacer la marque de Y par cette somme en indiquant entre parenthèse la provenance de cette nouvelle marque optimale.
5. **Itération** : Recommencer à partir de 2, jusqu'à avoir parcouru tous les sommets et exploré le graphe.
6. **Fin de l'algorithme** : Toutes les marques, étant optimales, la marque fixée du sommet Y est le poids d'une plus courte chaîne reliant D à Y

Exemple

Cherchons la chaîne de poids minimal entre A et G .

| A | B | C | D | E | F | G |
|---|------|----------|-------|------|----------|------------|
| 0 | 5(A) | ∞ | 10(A) | 6(A) | ∞ | ∞ |
| x | x | 10(B) | 10(A) | 6(A) | ∞ | ∞ |
| x | x | 10(B) | 9(E) | x | 11(E) | ∞ |
| x | x | 10(B) | x | x | 10(D) | 13(D) |
| x | x | x | x | x | 10(D) | 13(D ou C) |
| x | x | x | x | x | x | 12,F |

La chaîne de poids minimal est A-E-D-F-G et pèse 12.



Cherchons la chaîne de poids minimal entre B et G .

| A | B | C | D | E | F | G |
|------|---|------|-------|-------|----------|----------|
| 4(B) | 0 | 7(B) | 18(B) | 21(B) | ∞ | ∞ |
| x | x | 7(B) | 18(B) | 21(B) | ∞ | ∞ |
| x | x | x | 17(C) | 21(B) | 32(C) | ∞ |
| x | x | x | x | 21(B) | 29(D) | 48(D) |
| x | x | x | x | x | 29(D) | 38(E) |
| x | x | x | x | x | x | 36(F) |

La chaîne de poids minimal est B-C-D-F-G et pèse 36.

