

Introduction aux matrices

Définition	<p>Une matrice A de dimension $n \times p$ est un tableau à deux dimensions composé de n lignes et p colonnes. Les nombres situés dans ce tableau sont appelés les coefficients de la matrice.</p> <p>Le coefficient situé sur la i –ième ligne et la j –ième colonne est noté $a_{i,j}$.</p> <p>La matrice A peut être notée $((a_{i,j}))_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq p}}$ soit l'ensemble des coefficients $a_{i,j}$, i variant de 1 à n et j variant de 1 à p.</p> <p>L'ensemble des matrices de coefficients réels de dimension $n \times p$ se note $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$</p>
Exemple	<p>Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$. Nous avons $a_{1,2} = 2$ et $a_{2,1} = 4$.</p> <p align="center">$A \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$</p>
Définition	<p>Deux matrices sont égales ssi leurs coefficients sont tous égaux.</p>
Définition	<p>Soit $A = ((a_{i,j}))_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq p}}$ une matrice de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$</p> <p>La matrice $B = ((b_{i,j}))_{\substack{1 \leq i \leq p \\ 1 \leq j \leq n}}$ appartenant à $\mathcal{M}_{p,n}(\mathbb{R})$ est dite transposée de A et se note tA lorsque :</p> <p align="center">$\forall i \in \{1, \dots, p\}, \forall j \in \{1, \dots, n\} b_{i,j} = a_{j,i}$</p>
Exemple	<p>Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ est une matrice de $\mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$ alors ${}^tA \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$ et ${}^tA = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$</p>
Définitions	<ul style="list-style-type: none"> • Une matrice de $\mathcal{M}_{1,p}(\mathbb{R})$ est une matrice possédant une seule ligne. Elle est appelée matrice ligne • Une matrice de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$ est une matrice possédant une seule colonne. Elle est appelée matrice colonne • Une matrice possédant à la fois n et n colonnes est une matrice dite carré. L'ensemble des matrices carré de taille n se note $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ • Soit A une matrice carré de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. $\{a_{i,i}\}_{1 \leq i \leq n}$ est l'ensemble des éléments situés sur la diagonale de A, cet ensemble est nommé diagonale principale de A • Une matrice diagonale est une matrice carré dont tous les coefficients situés ailleurs que sur la diagonale principale sont nuls.
Exemples	<ul style="list-style-type: none"> • $(1 \ 2 \ 3)$ est une matrice ligne de $\mathcal{M}_{1,3}(\mathbb{R})$ • $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ est une matrice colonne de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ • $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ est une matrice carré de taille 2 donc appartenant à $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ • $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ est une matrice diagonale de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$